

Mathematiklernen im Übergang

Förderung durch mathematikbezogene Spiele
für Elementarbereich und Grundschule

Anna Körner und Dagmar Bönig

MATHEMATIKLERNEN IM ÜBERGANG

FÖRDERUNG DURCH MATHEMATIKBEZOGENE SPIELE
FÜR ELEMENTARBEREICH UND GRUNDSCHULE

ANNA KÖRNER

ist staatlich anerkannte Elementarpädagogin und hat ein Studium für das Lehramt an Grundschulen abgeschlossen. Derzeit ist sie als Lektorin in der Mathematikdidaktik an der Universität Bremen tätig; zu ihren Schwerpunkten in Lehre und Forschung gehört u.a. die frühe mathematische Bildung in Kindergarten und Grundschule.

Universität Bremen | FB 12 - Bildungs-
und Erziehungswissenschaften
Arbeitsgebiet Mathematikdidaktik
Bibliothekstraße 1 | 28359 Bremen
Büro: GW2 - Raum A2110
Tel.: 0421 218 69422
E-Mail: anna.koerner@uni-bremen.de

DAGMAR BÖNIG

ist Professorin für Mathematikdidaktik im Primar- und Elementarbereich an der Universität Bremen und an dem Projekt AnschlussM beteiligt; zu ihren Schwerpunkten in Lehre und Forschung gehört u.a. die frühe mathematische Bildung in Kindergarten und Grundschule.

Universität Bremen | FB 12 - Bildungs-
und Erziehungswissenschaften
Arbeitsgebiet Mathematikdidaktik
Bibliothekstraße 1 | 28359 Bremen
Büro: GW2 - Raum A2525
Tel.: 0421 218 69420
E-Mail: dboenig@uni-bremen.de

Diese Handreichung ist entstanden im Rahmen des Projekts Anschluss M - Anschlussfähigkeit mathematikdidaktischer Überzeugungen und Praktiken von ErzieherInnen und GrundschullehrerInnen als Bedingungen der Vernetzung von Elementar- und Primarbereich - eine repräsentative Studie in zwei Bundesländern. Das diesem Bericht zugrundeliegende Vorhaben wurde mit Mitteln des Bundesministeriums für Bildung und Forschung unter dem Förderkennzeichen 01NV1025/1026 und 01NV1027/1028 und des Europäischen Sozialfonds gefördert. Die Verantwortung für den Inhalt dieser Veröffentlichung liegt bei den Autorinnen.

Der Europäische Sozialfonds ist das zentrale arbeitsmarktpolitische Förderinstrument der Europäischen Union. Er leistet einen Beitrag zur Entwicklung der Beschäftigung durch Förderung der Beschäftigungsfähigkeit, des Unternehmergeistes, der Anpassungsfähigkeit sowie der Chancengleichheit und der Investition in die Humanressourcen.



BREMEN, MAI 2015

MATHEMATIKLERNEN IM ÜBERGANG

FÖRDERUNG DURCH MATHEMATIKBEZOGENE SPIELE
FÜR ELEMENTARBEREICH UND GRUNDSCHULE

INHALTSVERZEICHNIS

Mathematiklernen im Übergang - Förderung durch Spiele.....	5
Beispiel 1: PotzKlotz.....	9
Beispiel 2: Klipp Klapp.....	13
Beispiel 3: PIG 10.....	18
Beispiel 4: NIM-Spiel.....	21
Literaturverzeichnis.....	25
Materialteil.....	26

MATHEMATIKLERNEN IM ÜBERGANG

FÖRDERUNG DURCH SPIELE

Die Ergebnisse der repräsentativen Befragung im Rahmen des Projekts AnschlussM belegen, dass die Bedeutung mathematischer Frühförderung sowohl von ErzieherInnen als auch von Lehrkräften der Grundschule anerkannt ist. Zugleich wird aber auch deutlich, dass gerade die Umsetzung in der alltäglichen Praxis insbesondere im Bereich einer sinnvollen Lernbegleitung der Kinder viele pädagogische Fachkräfte vor große Herausforderungen stellt (vgl. Carle, Wittmann 2015).

In dieser Handreichung wollen wir exemplarisch anhand von vier mathematikbezogenen Spielen aufzeigen, wie diese sowohl im Kindergartenalltag als auch im Anfangsunterricht gewinnbringend eingesetzt werden können.

Mathematiklernen durch Spiele

Gerade für junge Kinder bieten Spiele hervorragende Anlässe für das Lernen, insbesondere dann, wenn das Spielen durch die pädagogische Fachkraft beispielsweise durch dialogisches Unterstützen sowie gemeinsames Weiterdenken in Form von Fragen und Impulsen begleitet wird¹. Und sie können ganz im Sinne anschlussfähiger Bildungsprozesse auch im Anfangsunterricht der Grundschule eingesetzt werden.

Die positive Wirkung von Spielen auf die mathematische Lernentwicklung ist inzwischen

mehrfach empirisch belegt worden (vgl. z.B. Gasteiger 2013, Ramani & Siegler 2008, Rechsteiner et al., 2012, Stebler et al. 2013, Schuler 2013) – dies gilt insbesondere auch für Kinder mit eher ungünstigen Voraussetzungen für das mathematische Lernen. Selbst wenn sich das Spielen auf ‚normales‘ Spielen herkömmlicher Spiele beschränkt, zeigen sich bei der Interventionsstudie von Gasteiger (2013) deutlich positive Effekte, obwohl die Kinder innerhalb von drei Wochen nur an sieben Terminen über 30 Minuten gespielt haben. Die Spielleiterinnen haben allerdings *bewusst* mitgespielt: Sie nahmen selbst eine Vorbildfunktion ein, indem sie beispielsweise bei entsprechenden Spielzügen laut mitzählten bzw. Impulse wie „Ich glaube, jetzt kannst du jemanden fangen.“ gezielt einsetzten ohne den Kindern allerdings Antworten vorwegzunehmen.

Für die Auswahl geeigneter Spiele ist es allerdings zunächst notwendig das mathematische Potential in den Blick zu nehmen – nur so können mathematische Lerngelegenheiten erst einmal ausfindig gemacht werden. Dazu sind grundlegende fachdidaktische Kompetenzen notwendig. Schuler (2013) verweist aber in ihrem Kriterienkatalog zur Analyse und Bewertung von Spielen auch darauf, dass darüber hinaus weitere Aspekte – wie z.B. die Gestaltung des Spiels, die Spieldauer, der

¹ Detaillierte Informationen zur Bedeutung des Spielens für frühes mathematische Lernen aus entwicklungspsychologischer, pädagogischer und fachdidaktischer Perspektive findet man z.B. bei Benz, Peter-Koop & Grüßing 2015



Aufforderungscharakter des Spiels u.ä. - beachtet werden müssen (vgl. Schuler 2013, S. 107ff.).

Ihre lernförderliche Wirkung werden Spiele am besten entfalten können, wenn die pädagogische Fachkraft in der Lage ist „in der Spielbegleitung permanent situativ passende Entscheidungen zu treffen“ (Schuler 2013, S. 248). Eine solche Form der Unterstützung ist sicher sehr anspruchsvoll – es bedarf einer gut ausbalancierten Mischung zwischen durchaus anleitenden, aber auch begleitenden Elementen.

Prozessbezogene mathematische Kompetenzen

Für fruchtbare Begegnungen mit Mathematik sind eben nicht nur mathematische Inhalte entscheidend. Mathematische Themen werden immer gerahmt von der Art und Weise, wie Erwachsene diese eröffnen (vgl. Steinweg 2008, S. 146). Im schulischen Kontext findet man dazu seit Einführung der Bildungsstandards (KMK 2005) fünf prozessbezogene Kompetenzen: *Problemlösen*, *Kommunizieren*, *Argumentieren*, *Modellieren* und *Darstellen*². Bezogen auf die hier vorgestellten mathematikbezogenen Spiele sind nur die ersten drei Kompetenzen relevant.

Beim *Problemlösen* geht es im Kern darum, dass sich Kinder möglichst eigenständig mit

einer mathematischen Frage bzw. Situation beschäftigen, für die sie bislang noch keinen Lösungsweg kennen. Solche Fragen können im Spiel auch durch mitspielende Erwachsene aufgeworfen werden ohne dazu allerdings vorschnell Lösungsvorschläge zu unterbreiten. Das Bewältigen einer Herausforderung wird unterstützt durch den kommunikativen Austausch mit anderen, sowohl Kindern als auch PädagogInnen. Durch *Kommunikation* lerne ich mein Denken zu versprachlichen und zu verdeutlichen. Zugleich bekomme ich zusätzliche Anregung durch die Vorschläge der anderen. Das mathematische *Argumentieren* ist eng mit dem *Kommunizieren* verknüpft, es stellt insbesondere für junge Kinder eine noch größere Herausforderung dar. Dennoch kommt das Hinterfragen und Begründen von Aussagen der natürlichen Neugierde der Kinder entgegen, die im Alltag vielfach die Frage nach dem „Warum der Dinge“ stellen (Steinweg 2007, S. 188). Von daher ist es durchaus sinnvoll das Nachfragen und Begründen schon frühzeitig zu praktizieren, so dass sie allmählich zum festen Bestandteil der Kommunikation werden.

Entwicklung prozessbezogener mathematischer Kompetenzen

In den Erläuterungen zu den Spielen legen wir bewusst einen Schwerpunkt auf die Förderung des mathematischen Kommunizierens.

Grundsätzlich ist aufgrund unserer Erprobungen davon auszugehen, dass es durchaus schon Kindergartenkindern gelingen kann, ihre mathematikbezogenen Gedanken zu artikulieren. Die Entwicklung dieser Fähigkeit ist allerdings ein Prozess, der sich nicht von heute auf morgen einstellt, sondern durch gezielte Lernangebote und passende Impulse über einen längeren Zeitraum angeregt werden muss.

Spiele mit Mathematikbezug und adaptiver Lernbegleitung eignen sich hervorragend,

² Im Sinne von Kohärenz und Anschlussfähigkeit verwenden wir in dieser Handreichung dieselben Bezeichnungen im Kontext des mathematischen Lernens in der Kita.

dieses Ziel bereits im Kindergarten umzusetzen. Und auch im mathematischen Anfangsunterricht können Spiele ein geeignetes Medium zur Anbahnung inhalts- und prozessbezogener mathematischer Kompetenzen sein.

Im Hinblick auf die Lernbegleitung ist eine an den Gedanken der Kinder interessierte Grundhaltung eine gute Voraussetzung. Gehen Sie davon aus, dass die Kinder beim Spielen zahlreiche sinnvolle Überlegungen anstellen und versuchen Sie, nicht zu viel vorzusagen und möglichst wenig zu korrigieren. Zeigen Sie stattdessen durch Rückfragen und passende Impulse Interesse an den Überlegungen, um die Kinder zum Artikulieren anzuregen, wodurch sie wiederum ihre Gedanken reflektieren und damit neue Ideen entwickeln können.

Im Bezug auf Lernfortschritte bei der Entwicklung mathematischen Kommunizierens werden Sie geduldig sein müssen, da Fortschritte erst durch regelmäßiges Fördern über einen längeren Zeitraum sichtbar werden. Unsere einjährige Erprobung hat gezeigt, dass eine solche Förderung durch Spiele, die von den Kindern regelmäßig (auch eigenständig im Freispiel) genutzt werden, sowie eine adaptive Lernbegleitung gut gelingen kann.

Heterogenität in Kindergarten und Anfangsunterricht

Zahlreiche Studien haben gezeigt, dass die mathematischen Kompetenzen von SchulanfängerInnen sehr heterogen sind, sodass in der ersten Klasse bereits Leistungsunterschiede von bis zu drei Jahren beobachtet werden können (vgl. z.B. Eichler 2004,; Selter 1995; Schipper 1996). Eine solche Heterogenität wird nicht zuletzt aufgrund der häufig etablierten Altersmischung im Kindergarten ebenso abgebildet.

Dieser Herausforderung möchten wir im Rahmen dieser Handreichung begegnen, indem wir aufzeigen, welche differenzierenden

Wirkungen von Spielen durch Variationen und Erweiterungen ausgehen können, sodass sie für Kinder mit unterschiedlichem Vorwissen gleichermaßen interessant und förderlich sein können. In der ausführlichen Analyse verschiedener Spiele hat sich nämlich häufig gezeigt, dass die Schwierigkeitsgrade durch geringfügige Veränderungen der Spielregeln bereits enorm variiert werden können. Damit können Altersangaben von Spielen, die häufig auf einer sehr engstirnigen Betrachtung zu basieren scheinen, nicht selten korrigiert werden. Das Spiel *Klipp Klapp* beispielsweise wird für Kinder ab acht Jahren empfohlen, während sich in unseren Erprobungen gezeigt hat, dass dieses Spiel bereits dreijährige Kinder sehr begeistern kann.

Aufbau der Artikel

Über einen Zeitraum von einem Jahr haben wir in einer altersgemischten Kindergarten-Gruppe mit 3- bis 6-jährigen Kindern zahlreiche mathematikbezogene Spiele erprobt, von denen vier im Folgenden ausführlich vorgestellt werden sollen. Um ein möglichst breites Spektrum an mathematischen Kompetenzen abzudecken, haben wir dafür ein Spiel mit geometrischem Bezug (*PotzKlotz*), zwei arithmetische Spiele (*Klipp Klapp* und *PIG 10*) und ein Strategiespiel (*NIM-Spiel*) ausgewählt.

Die folgenden Erläuterungen zu den vier Spielen werden jeweils mit einer kurzen Spielbeschreibung beginnen, an die sich eine übersichtliche Auflistung des mathematischen Potentials anschließt.

Daraufhin werden Überlegungen zu Voraussetzungen, die zum Spielen gegeben sein müssen, dargelegt und durch Ideen für die Einführung der Spiele ergänzt. Dabei haben wir auf möglichst leicht verständliche Spielregeln geachtet, sodass der Einsatz in Kindergarten und Grundschule erleichtert wird. An zahlreichen Stellen werden wir versuchen, Ihnen durch Beschreibungen von Situationen

aus dem Kindergarten und Zitaten von Kindern³ zu zeigen, welches Potential diese Spiele bereits für sehr junge Kinder haben können.

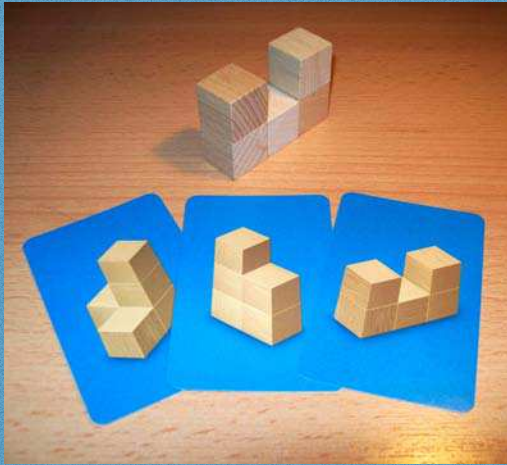
Anschließend werden wir einige Vertiefungsmöglichkeiten mit komplexeren Spielregeln oder sogar Arbeitsmitteln, die auf dem Spielgedanken basieren und gleichzeitig bereits theoretischere Elemente enthalten, vorstellen. Diese sind als Erweiterungsangebote für besonders interessierte Kindergarten- und Grundschul Kinder gedacht.

Abschließend wollen wir bei jedem Spiel aufzeigen, welche Impulse dazu beitragen können, beim Spielen das mathematische Kommunizieren anzuregen. Wobei diese Impulse als Ideen anzusehen sind, die situationsabhängig verändert und erweitert werden können und sollten.



Und nun wünschen wir Ihnen viel Freude beim Lesen, aber vor allem bei der konkreten Erprobung mit den Kindern!

³ die Namen der Kinder wurden geändert

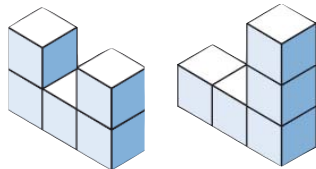


POTZKLOTZ

„Auf den Karten sind immer Häuser mit Holzsteinen und manchmal sind welche versteckt. Bei Blitzblick muss man schnell gucken und bei PotzKlotz darf man nur ein Stein verschieben.“
(Sibel, 4 Jahre)

PotzKlotz (Friedrich-Verlag) ist ein in Grundschulen weit verbreitetes Spiel zur Förderung der Raumvorstellung, das mittlerweile aufgrund seines Potentials auch zur mathematischen Frühförderung in vielen Kindergärten zum Einsatz kommt. Bei dem Spiel geht es darum, auf Karten abgebildete Gebäude aus fünf Würfeln zu bauen, wobei die Spielidee darin besteht, ein vorhandenes Gebäude durch Umlegen von genau einem Stein in ein anderes Gebäude umzubauen.

Beim Beispiel in der nebenstehenden Abbildung könnte man das erste Gebäude durch Umlegen des oberen Steins hinten links auf den oberen Stein vorne rechts in nur einem Zug in das zweite Gebäude überführen. Mit dem Material sind abgesehen von dieser Spielidee durchaus noch Erweiterungen und weitere Spielvariationen für den Einsatz in Kindergarten und Grundschule möglich.



Mathematisches Potential

Grundsätzlich kann bei der Arbeit mit den Spielkarten von *PotzKlotz* die Fähigkeit einem

zweidimensionalen Bild (dem Schrägbild) ein dreidimensionales Gebäude zuzuordnen und umgekehrt hervorragend gefördert werden. Darüber hinaus werden mit dem Spiel verschiedene Komponenten der Raumvorstellung gefördert. Nach Maier (1999) können fünf Komponenten der räumlichen Vorstellungsfähigkeit unterschieden werden (vgl. Maier 1999, S. 10ff), von denen drei beim Spielen von *PotzKlotz* besonders gefördert werden können. Man muss nämlich Würfelgebäude gedanklich drehen (*mentale Rotation*) oder einen mentalen Perspektivwechsel vornehmen (*räumliche Orientierung*), um sich vorzustellen, wie das Gebäude von den anderen drei (nicht abgebildeten) Seiten aussieht. Zum Umbauen von Würfelgebäuden durch Umlegen von genau einem Stein ist es zudem hilfreich, in zwei Würfelgebäuden Teilfiguren zu finden, in denen sie übereinstimmen (*räumliche Beziehungen*).

Voraussetzungen und Spieleinführung

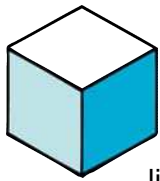
Wie der Spielanleitung und dem Beispiel zu entnehmen ist, handelt es sich bei *PotzKlotz* um ein sehr anspruchsvolles Spiel, das auch erwachsene SpielerInnen durchaus fordern

ZENTRALES MATHEMATISCHES POTENTIAL

- Zuordnung Schrägbild - Würfelgebäude
- mentale Rotation
- räumliche Orientierung
- räumliche Wahrnehmung

kann. Es bietet sich daher nicht an, mit jüngeren Kindern direkt nach dieser Spielanleitung vorzugehen. Die Spielkarten mit den verschiedenen Würfelgebäuden können aber durchaus bereits im Kindergarten für diverse spielerische Aktivitäten zur Förderung der Raumvorstellung mit verschiedenen Schwierigkeitsgraden genutzt werden.

Eine grundsätzliche Voraussetzung für alle Aktivitäten ist, dass Kindern die Zuordnung von sogenannten isometrischen Schrägbilddarstellungen und Würfelgebäuden gelingt. Da es sich dabei um eine besondere Darstellung handelt, die in alltäglichen Kontexten nur selten verwendet wird, ist diese Kompetenz keinesfalls selbstverständlich.



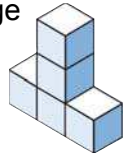
Für den Einstieg ist es deshalb empfehlenswert, spielerische Übungen zum Kennenlernen der Schrägbilddarstellungen anzubieten. Da in unserer Kindergartengruppe das Spiel *Make'n'Break* (Ravensburger-Verlag) häufig und gerne gespielt wurde, bot es sich an, die *PotzKlotz*-Spielkarten als *Make'n'Break*-Variante einzusetzen. Alle MitspielerInnen erhielten dabei fünf Würfel und bauten gleichzeitig ein auf der Karte abgebildetes Gebäude, wobei dasjenige Kind die Karte erhielt, welches das Bauwerk zuerst korrekt errichtet hatte. Unseren Erprobungen zufolge können an dieser Spielvariante bereits dreijährige Kindergartenkinder problemlos teilnehmen.

Schwierigkeitsgrade der Spielkarten

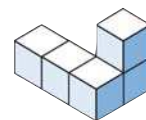
Während unserer Erprobungen gelang es den meisten Kindern von Beginn an, die Schrägbilddarstellungen richtig zu deuten und passende Würfelgebäude zu errichten. Um einen so reibungslosen Beginn zu gewährleisten, ist es dringend notwendig, die Spielkarten und mögliche Schwierigkeitsgrade zuvor selber kennenzulernen, da sich die einzelnen Karten diesbezüglich deutlich unterscheiden (vgl. Götz & Spiegel 2006, S. 17). Der 56-teilige Kartensatz besteht aus Abbildungen von 28

zwei- und dreistöckigen Gebäuden, wobei jedes Gebäude aus zwei verschiedenen Blickrichtungen abgebildet wird.

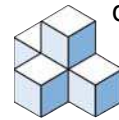
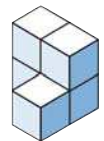
Bereits die Stockwerkzahl beeinflusst den Schwierigkeitsgrad beim Nachbauen oder Vorstellen der Gebäude. Dreistöckige Gebäude sind deutlich einfacher zu identifizieren, da nur zwei weitere Würfel in Bezug zum Dreierturm gesetzt werden müssen.



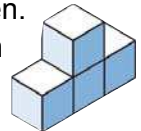
Allgemein ist es entscheidend, ob die Gebäude markante



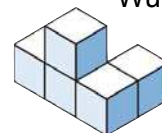
Elemente aufweisen, die man sich gut einprägen kann. Neben dem bereits erwähnten Dreierturm können dies auch drei in einer Reihe liegende Würfel, vier direkt benachbarte Würfel oder besondere symmetrische Elemente sein.



Darüber hinaus sind als besondere Schwierigkeit ‚versteckte‘ Würfel zu nennen. Alle Spielkarten bilden nämlich Würfelgebäude ab, die aus genau fünf Würfeln



bestehen. Auf einigen Spielkarten sind allerdings nur vier Würfel zu sehen; der fünfte Würfel ist aus der entsprechenden Perspektive nicht sichtbar und ‚versteckt‘ sich hinter den anderen.



Für den ersten Kontakt mit den Spielkarten hat es sich in unseren Erprobungen bewährt, vor allem Karten mit besonders prägnanten Elementen zu verwenden und insbesondere die Karten, auf denen nur vier Würfel zu sehen sind, zunächst auszusortieren. Auf die schwierigeren Karten muss aber nicht generell verzichtet werden. Sie können nach einer anfänglichen Kennenlernphase zusätzlich eingeführt werden, wobei insbesondere die Karten mit ‚versteckten‘ Würfeln zum Nachbauen und Suchen der ‚Versteckte‘ einladen.

weitere Spielideen

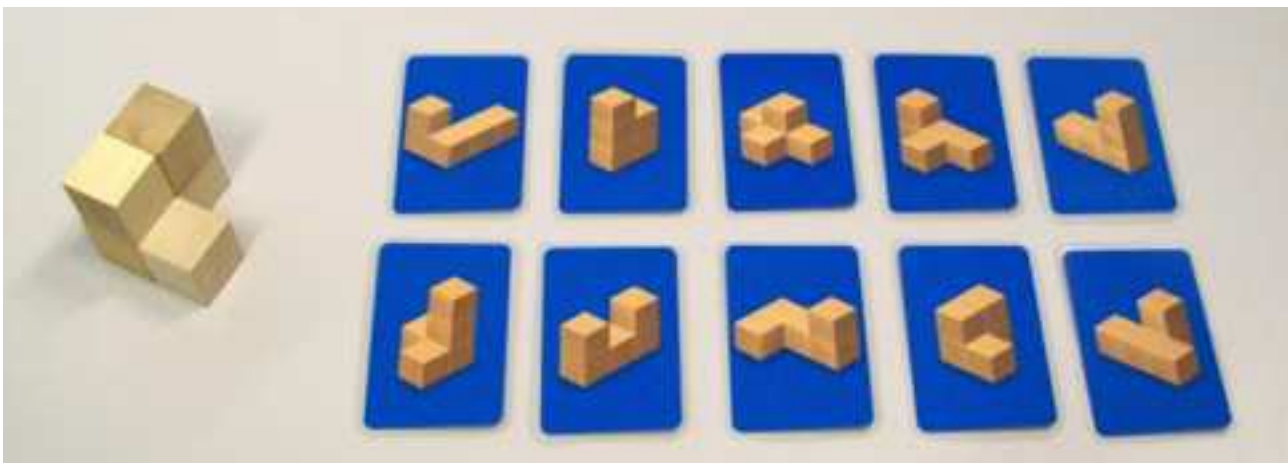
In der fachdidaktischen Literatur lassen sich verschiedene Publikationen finden, die diverse spielerische Aktivitäten zur Förderung der Raumvorstellung rund um das Spiel *PotzKlotz* enthalten (vgl. z.B. Spiegel & Spiegel & Götze 2008, S. 103ff). Besonders großen Anklang in unserer Kindergartengruppe fand die folgende Aktivität: Nachdem sichergestellt wurde, dass den Kindern die Zuordnung von Schrägbildern und Würfelgebäuden gelingt, haben wir das von den Kindern als ‚Blitzblick‘ betitelte Spiel angeboten. Dafür werden zunächst bspw. 10 Karten offen auf dem Tisch verteilt. Ein Kind wählt ein Gebäude auf einer der Karten aus (ohne auf die Karte zu zeigen) und baut es mit den Holzwürfeln. Die anderen Kinder müssen dann schnell suchen, welche Karte zu dem errichteten Bauwerk passt; der/die Schnellste erhält die Karte, sodass am Ende ein/e GewinnerIn bestimmt werden kann, indem die gesammelten Karten gezählt werden.

Nach diesen einführenden Spielen ist es durchaus möglich, die Spielidee von *PotzKlotz* aufzugreifen und im Rahmen eines Mini-*PotzKlotz* mit vereinfachten Regeln zu spielen (vgl. Spiegel & Spiegel & Götze 2008, S. 106f), was gemeinsam in der Gruppe oder auch gegeneinander erfolgen kann. Zunächst wird ein Würfelgebäude in der Tischmitte errichtet, daneben werden mehrere bspw. 10 Karten ausgelegt. Die Kinder versuchen nun eine Karte zu finden, auf der ein Gebäude

abgebildet ist, das durch Umlegen von genau einem Stein aus dem Gebäude in der Tischmitte errichtet werden kann. Gelingt dies, darf die Karte behalten (oder im gemeinsamen Spiel in der Gruppe zur Kartenschlange hinzugefügt) werden. Die Tatsache, dass bei dieser Spielvariante mehrere Karten zur Verfügung stehen, vereinfacht das Spiel so weit, dass bereits Kindergartenkinder problemlos mitspielen können. In unserer Gruppe haben insbesondere Kinder im Alter von 4 bis 6 Jahren gern Mini-*PotzKlotz* gespielt.

Vertiefungsmöglichkeiten

Eine naheliegende Vertiefungsmöglichkeit nach einer ausführlichen Kennenlernphase mit anschließendem Mini-*PotzKlotz* ist natürlich das Spielen nach der ursprünglichen Spielanleitung. Dabei erhalten alle MitspielerInnen zu Beginn fünf Karten und bauen an einem gemeinsamen Gebäude. Die SpielerInnen entscheiden dann abwechselnd, ob sie das vorhandene Gebäude durch Umlegen von genau einem Stein in ein Gebäude auf einer ihrer Karten umbauen können. Falls das möglich ist, können sie die entsprechende Karte ablegen; wer zuerst alle Karten abgelegt hat, gewinnt das Spiel. Zunächst könnte so gespielt werden, dass Drehungen des Gebäudes und ein probierendes Umlegen möglich ist, woraufhin diese Vereinfachung später eingeschränkt werden kann, sodass das Drehen und Probieren mental erfolgen muss.





Darüber hinaus wurden in der Mathematikdidaktik für den Einsatz des Spiels im Unterricht verschiedene Arbeitsmaterialien entwickelt. Die jeweiligen Aktivitäten basieren auf der zentralen Spielidee von *PotzKlotz*, sind aber häufig vom Spielgedanken losgelöst, sodass eine theoretische Auseinandersetzung erfolgen kann, die sich insbesondere zur Differenzierung für interessierte Kindergarten- und Grundschulkindern eignet.

So existieren beispielsweise Arbeitsblätter, auf denen ‚befreundete‘ Gebäude (also Bauwerke, die durch Umlegen von genau einem Stein ineinander überführt werden können) verbunden werden müssen oder Suchaufträge, die auf das Finden der Position von ‚versteckten‘ Würfeln abzielen (vgl. z.B. Spiegel & Spiegel 2003).

Impulse zur Anregung der Kommunikation

Neben den beschriebenen Komponenten der Raumvorstellung, die bei Kindern verschiedenen Alters und auch bei Erwachsenen hervorragend beim Spielen von *PotzKlotz* gefördert werden können, kann auch das mathematische Kommunizieren durch passende Impulse während des Spiels angeregt werden.

So können mit *PotzKlotz* bereits im Kindergarten erste geometrische Begriffe, wie vor, hinter, über, unter, rechts und links eingeführt werden, wenn Würfelgebäude oder Veränderungen derer beschrieben werden. Dabei sollte der Spielgedanke stets im Mittelpunkt stehen, sodass Beschreibungen unter Verwendung der passenden Begriffe quasi nebenbei fallen und

nicht abgefragt werden. Dies gelingt besonders gut, indem man als Erwachsener ‚vorbildlich‘ mitspielt, seine Handlungen oder besondere Auffälligkeiten an Gebäuden also immer wieder verbalisiert. Nicht zu vergessen ist nämlich, dass insbesondere Kindergartenkinder häufig das erste Mal mit geometrischen Begriffen in Kontakt kommen, diese also kennen- und richtig anwenden lernen müssen. Durch das verbalisierende Mitspielen von Erwachsenen werden viele Kinder angeregt, ebenfalls solche Beschreibungen zu erproben. Ein Spiel, das diese Beschreibungskompetenzen in besonders hohem Maße fördert ist ‚Architekt und Maurer‘ (vgl. Thöne & Spiegel 2003, S. 13) und kann mit den Spielkarten von *PotzKlotz* gut umgesetzt werden. Ein Kind zieht hierbei verdeckt eine Spielkarte und beschreibt den anderen Kindern Schritt für Schritt, wie sie dieses Gebäude bauen sollen. Währenddessen errichten die anderen Kinder das Würfelgebäude und vergleichen es anschließend mit der Abbildung auf der Karte. Hierbei handelt es sich um eine durchaus anspruchsvolle Variante, die insbesondere für interessierte Kindergarten- und Grundschulkindern geeignet ist, da der Spielspaß sehr schnell vergeht, wenn stets Gebäude errichtet werden, die nicht zur beschriebenen Karte passen. Voraussetzung für dieses Spiel ist also, dass die entsprechenden Begriffe bereits sicher verwendet werden können.



KLIPP KLAPP

„Man muss immer die Zahlen auf den Klappen kriegen und wer zuerst alle Klappen runter hat, hat gewonnen. Dann muss man würfeln und dann muss man das zusammenzählen. Und dann kann man die sechs runtermachen oder die eins und die fünf.“ (Pascal, 4 Jahre)

Ein ansprechendes Spiel zur arithmetischen Frühförderung ist *Klipp Klapp*⁴. Ziel dieses Spiels ist es, alle Klappen mit Zahlen von eins bis zehn zu schließen. Dafür wird mit zwei Würfeln gewürfelt (z.B. 1 und/oder 5), um entweder eine oder beide Klappen mit den jeweiligen Summanden (1 und/oder 5) oder die Klappe mit der Summe der Würfelaugen (6) zu schließen. Je nach Spielvariante kann *Klipp Klapp* allein oder gegeneinander gespielt werden. Das Spiel kann zudem variiert werden, indem die erwürfelte Summe (z.B. 1 und 5 sind 6) auf verschiedene Weisen zerlegt wird (z.B. 6 ist auch 3 und 3 oder 2 und 4).

Mathematisches Potential

Das mathematische Potential beim Spielen von *Klipp Klapp* beginnt mit der Anzahlermittlung, die auf verschiedene Weise erfolgen kann. Die Würfelpunkte können abgezählt oder auch als (z.B. aus anderen Spielen) bekannte Muster wiedererkannt werden. Zudem kann die Anzahl auch durch simultanes Erfassen, also die Fähigkeit, die Anzahl

mehrerer Dinge auf einen Blick zu erfassen, ohne sie einzeln abzuzählen, bestimmt werden. Beim darauffolgenden Addieren (und evtl. anschließendem Zerlegen) muss auf die Teil-Ganzes-Beziehung zurückgegriffen werden, also auf die Einsicht, dass Zahlen zerlegbar und aus Teilen zusammensetzbar sind, woraufhin die Summe zählend oder auch rechnend bestimmt werden kann. Schließlich müssen den Würfelpunkten bzw. daraus resultierenden Summen Zahlen zugeordnet werden, sodass auch die Ziffernkenntnis geschult bzw. gefestigt werden kann.

Vorraussetzungen und Spieleinführung

Unsere Erprobungen im Kindergarten haben gezeigt, dass dieses Spiel von den Kindern sehr begeistert angenommen wird. Nachdem die Spielregeln erklärt worden sind, fanden sich immer zahlreiche InteressentInnen zum Spielen. Ein großer Vorteil bei diesem Spiel liegt in der Tatsache, dass die Spielregeln leicht verständlich sind und kaum Vorwissen notwendig ist, sodass nicht nur die älteren

ZENTRALES MATHEMATISCHES POTENTIAL

- Objekte abzählen
- Würfelbilder erfassen/wiedererkennen
- Teil-Ganzes-Beziehung
- Zuordnung Zahl-Menge
- Ziffernkenntnis
- erstes Rechnen

⁴ Dieses Spiel ist auch unter dem Namen *Shut the box* (Philos-Verlag) bekannt. Die Abbildung zu Beginn zeigt die Spielversion für bis zu vier SpielerInnen vom Philos-Verlag, im Handel sind ebenfalls Einzelversionen mit Zahlen von eins bis neun oder bis zwölf erhältlich.

Kindergartenkinder mitspielen können. Es ist sicherlich von Vorteil, wenn die Ziffern von eins bis zehn bekannt sind, dies ist aber keine zwingende Voraussetzung. Es zeigte sich nämlich in einer Spielsituation, dass es einem Jungen, der nur die Ziffern von eins bis sechs kannte aber sehr gerne mitspielen wollte, auch gelang, teilzunehmen. Er zählte einfach die Klappen von links nach rechts ab, um die Ziffern von sieben bis zehn zu ermitteln. Für den Einstieg kann im Kindergarten mit einfachem Regelwerk gespielt werden. Es gelingt bereits den Jüngsten, nach dem Wurf mit zwei Würfeln die Summe der Augen zu ermitteln (vgl. Strategien im Kasten) und anschließend zu entscheiden, ob die Klappe mit dieser Summe oder die Klappen mit den einzelnen Summanden geschlossen werden sollen. Um alle Mitspielenden aktiv am Spielgeschehen zu halten, empfiehlt es sich, abwechselnd zu würfeln. Bei älteren Kindern ist es auch möglich, dass ein Spieler so lange würfeln darf, bis er keine Klappe mehr schließen kann.

Lernbegleitung

Das Spiel *Klipp Klapp* bietet bereits in seiner Reinform zahlreiche Anlässe zum Zählen und Rechnen. Durch entsprechende Impulse können aber durchaus noch weitere Gelegenheiten geschaffen werden. Beispielsweise konnten wir beim Spielen mit Kindern häufig folgendes Verhalten beobachten: Insbesondere zum Ende des Spiels, wenn nur noch wenige Klappen geschlossen werden müssen, begannen viele Kinder den Würfel mit der noch fehlenden Zahl zu besprechen: „Ich wünsche mir eine neun, bitte eine neun.“ An dieser Stelle können hervorragend Überlegungen zur Zahlzerlegung angeregt werden: „Aber mit *einem* Würfel kann man doch gar keine neun würfeln. Welches Augenpaar müsstest Du denn jetzt kriegen?“ Nach wenigen solcher Impulse wünschen sich die Kinder schon bald konkrete Augenpaare und gelangen häufig auch zu der Einsicht, dass nicht nur eine

MÖGLICHE STRATEGIEN ZUR SUMMENBILDUNG



ALLESZÄHLEN - alle Punkte auf beiden Würfeln werden nacheinander gezählt
hier: eins, zwei, drei - vier, fünf, sechs, sieben

WEITERZÄHLEN - ein Würfelbild wird als Ausgangspunkt des Zählens genutzt
hier: drei - vier, fünf, sechs, sieben

WEITERZÄHLEN VOM GRÖßEREN

SUMMANDEN - es wird bewusst vom größeren Summanden aus weitergezählt
hier: vier - fünf, sechs, sieben

ABLEITEN - das Ergebnis kann aus einer bekannten Aufgabe abgeleitet werden
hier z.B.: vier und vier sind acht und drei und vier sind einer weniger, also sieben

AUTOMATISIERT - das Ergebnis ist auswendig verfügbar

Möglichkeit richtig ist. In diesem Beispiel wären ja auch die Paare 6-3 und 5-4 nützlich. Bereits Kindergartenkinder können also anhand dieses Spiels schon erste Überlegungen zu Zahlzerlegungen machen.

Strategien zur Summenbildung

Besonders erfreulich ist die Tatsache, dass dieses Spiel bereits Kindergartenkinder so stark motiviert, dass sie es über einen langen Zeitraum immer wieder gern (bspw. in Freispielsituationen) spielen, sodass Entwicklungen der mathematischen Kompetenzen zu beobachten sind. Nach regelmäßigem Spielen lassen sich Sicherheiten beim Abzählen und darüber hinaus der Einsatz verschiedener Strategien zur Summenbildung erkennen. Zur Bestimmung der Summe zweier Würfelbilder sind natürlich verschiedene Strategien möglich (vgl. Übersicht im Kasten). Das *Alleszählen* ist dabei die von Kindern stets zuerst genutzte Strategie, wobei auch Kindergartenkinder durchaus alle anderen Strategien erproben und anwenden können.

Auffällig bei der Beobachtung der Vorgehensweisen von Kindern beim Spielen ist zudem, dass häufig mehrere Strategien nebeneinander genutzt werden. So kann ein Kind beispielsweise $4 + 2$ bereits über das *Weiterzählen vom größeren Summanden* lösen, während es zur Addition von $4 + 5$ die Strategie *Alleszählen* nutzt. Es ist also durchaus üblich, dass Kinder in einem Zahlenraum, in dem sie sich sicher bewegen, weiterführende Strategien nutzen, während sie bei größeren Zahlen auf bekannte, sichere Strategien, wie das *Alleszählen* zurückgreifen. Aus diesem Grund ist nicht anzustreben oder gar zu erwarten, dass Kinder eine bereits genutzte weiterführende Strategie auf alle anschließend auftretenden Aufgaben anwenden.

Gleichwohl sollen sie natürlich dazu angeregt werden, weiterführende Strategien auszuprobieren. Dies kann besonders gut durch das Vormachen von mitspielenden Kindern oder Erwachsenen angeregt werden. Dabei hat sich während unserer Erprobungen gezeigt, dass mehrfaches Vormachen ausreicht, um die Kinder zum Nachahmen anzuregen. Wir haben also einfach mitgespielt und je nach Entwicklungsstand des Kindes eine passende, weiterführende Strategie gewählt. Bei einem Kind, das beispielsweise immer alle Würfelpunkte zählte, um die Summe zu ermitteln, haben wir das *Weiterzählen* vorgemacht. Dabei konnten wir häufig



beobachten, dass die Kinder diese Strategie nach und nach von allein nachahmten. Es ist also nicht notwendig, Kinder direkt darauf hinzuweisen, dass sie die Summe auf eine andere Art und Weise ermitteln können, was erheblich dazu beiträgt, dass der Spielfluss nicht gestört wird und das Mitspielen des Erwachsenen sich nicht zu einem starken Instruieren entwickelt.

Vertiefungsmöglichkeiten

Im Anfangsunterricht und der vorschulischen Arbeit bekannte Aufgabenformate zur Zahlzerlegung wie Zahlenhäuser oder Schachtelaufgaben können durch dieses Spiel hervorragend ergänzt werden. Hier bietet es sich an, nach einer Phase mit vereinfachtem Regelwerk Variationen einzusetzen, die die Zerlegung von Zahlen erfordern. So dürfen also ergänzend nicht nur die Klappen mit der Summe oder den erwürfelten Summanden geschlossen werden, sondern auch Klappen, deren Addition die gleiche Summe ergibt.

Als zusätzliche Ergänzung sind auch weitere Aufgabenformate im Spielkontext möglich, die erst nach einer ausführlichen Spielphase zum Einsatz kommen sollten, damit sowohl das Spielinteresse befriedigt als auch die Spielregeln gefestigt sind. Dann können beispielsweise ausgehend von der Aufgabenstellung „Ich habe x und y gewürfelt, welche Klappen könnte ich schließen?“ möglichst viele Zerlegungen zu dem erwürfelten Augenpaar in Gleichungen notiert werden (vgl. M 1). So kann in Anlehnung an das Spiel die formale Schreibweise der Addition $x + y = z$ eingeführt und gleichzeitig das Schreiben von Ziffern geübt werden. Diese Aufgabenstellung lässt sich zudem auch als Variante in anfänglichen Kopfrechenphasen im Anfangsunterricht einsetzen und ist durch den Spielkontext besonders motivierend für die Kinder.

Noch interessanter und gehaltvoller ist folgende Problemstellung: Den Kindern wird eine Serie von aufeinanderfolgenden Würfeln vorgelegt, bei der bei jedem Wurf mindestens

eine Klappe geschlossen wurde und mit der schließlich alle Zahlen von eins bis zehn (gemäß der Spielregeln) erwürfelt wurden (vgl. M 2). Nun soll herausgefunden werden, welche Klappe(n) bei den einzelnen Würfeln geschlossen wurden. Probieren Sie es am Beispiel im Materialteil selber aus! Die Lösung liegt keinesfalls auf der Hand. Es bedarf vielfältigen Ausprobierens und/oder logischer Schlussfolgerungen, um zu bestimmen, in welcher Reihenfolge die Klappen geschlossen werden müssen. Anhand dieser zusätzlichen Aufgabenstellung kann also das mathematische Problemlösen mit Bezug zum Spiel *Klipp Klapp* gefördert werden. Zudem ist insbesondere der Austausch über die vielfältigen möglichen Lösungswege und das Erklären der eigenen Überlegungen zur Förderung mathematischen Kommunizierens und Argumentierens ertragreich. Zugleich werden bei der Erklärung der eigenen Denkwege diese Überlegungen reflektiert, was Potential für neue Ideen sein kann.

Unseren Erfahrungen zufolge ist diese Aufgabenstellung, deren Schwierigkeitsgrad abhängig von den verwendeten Augenpaaren gesteuert werden kann (vgl. Blanko M 3), als Knobelaufgabe sehr motivierend für interessierte Kindergartenkinder und GrundschülerInnen.

Impulse zur Anregung der Kommunikation

Anhand einiger Beispiele möchten wir nun konkretisieren, wie das mathematische Kommunizieren beim Spielen von *Klipp Klapp* angeregt werden kann. Obgleich das mathematische Potential des Spiels sehr hoch ist, bedarf es passender Impulse, um dieses auszuschöpfen und zudem das Verbalisieren der eigenen Gedanken anzubahnen - ohne diese Impulse wird sich das Kommunizieren in den seltensten Fällen von allein entwickeln.

Wie bereits im Zusammenhang mit Strategien zur Summenbildung thematisiert, bietet es sich auch zur Anregung der Kommunikation dringend an, als Erwachsener mitzuspielen.

Als grundlegende Voraussetzung gilt dabei, dass die von den Kindern geforderten Verbalisierungen ihrer Überlegungen von den Erwachsenen vorgemacht werden müssen, damit sich das Mitspielen nicht zu einer störenden, einseitigen Fragerunde entwickelt. Wenn also die Lösungswege zur Bestimmung der Augensumme wie oben beschrieben (in Abhängigkeit von den Kompetenzen der Kinder) mitsprechend vorgemacht werden, übernehmen viele Kinder dieses Verhalten bereits automatisch. Fragen wie „Wie hast Du jetzt gezählt?“ oder „Wie hast Du das gerade herausgefunden?“ können die Kinder zusätzlich zum Erklären anregen.

Da wir Erwachsenen zum Erklären von Lösungswegen bereits einen speziellen Wortschatz erlernt haben, über den Kinder in der Regel noch nicht verfügen, ist das verbalisierende Mitspielen zudem eine Möglichkeit, den Kindern passende Formulierungen anzubieten. Beispielsweise bei der Addition von fünf und zwei durch *Weiterzählen*: „Ich brauche gar nicht alle zu zählen, weil ich schon weiß, dass das fünf ist. Also fünf und dann sechs, sieben (mit entsprechenden Gesten).“ Ähnlich kann beim *Ableiten* von zwei und drei aus dem Ergebnis der Aufgabe zwei und zwei verfahren werden: „Ich weiß schon, dass zwei und zwei vier sind, also brauche ich das gar nicht zu zählen. Das ist einfach einer mehr, also fünf.“ Selbstverständlich bedarf es nicht bei jedem einzelnen Spielzug einer ausführlichen Erklärung, da das den Spielfluss stark behindern würde. Es bietet sich an, sie hin und wieder und besonders dann einzusetzen, wenn man Schwierigkeiten beim Formulieren beobachtet. Im späteren Verlauf kann man sogar gemeinsam mit den Kindern verkürzte Sprachversionen entwickeln, um das Spiel schneller zu gestalten. In unserer Gruppe haben sich die Kinder beispielsweise für das *Ableiten* die Bezeichnung ‚Abkürzung‘ ausgedacht. So erklärten die Kinder beim Spielen immer wieder, z.B. „Ich kenne eine

Abkürzung, drei und drei sind sechs also ist drei und zwei einer weniger, fünf.“

Durch diese Anregungen gelingt es bereits Kindergartenkindern nach einiger Zeit, ihre Lösungswege anschaulich zu beschreiben. Im am Ende dokumentierten Beispiel ist eine von uns erlebte Sternstunde aufgeführt. Es ist immer wieder erstaunlich, zu welchen anspruchsvollen Überlegungen bereits junge Kinder in der Lage sind. Die spielerischen Übungen zur Kommunikation beispielsweise am Spiel *Klipp Klapp* haben dazu beigetragen, dass dieser Junge seinen tollen Gedankengang auch sehr anschaulich erklären konnte. Solch eine Entwicklung stellt sich natürlich nicht von heute auf morgen ein, aber es ist außerordentlich lohnend, dafür zu investieren.

SITUATION AUS DEM KINDERGARTEN

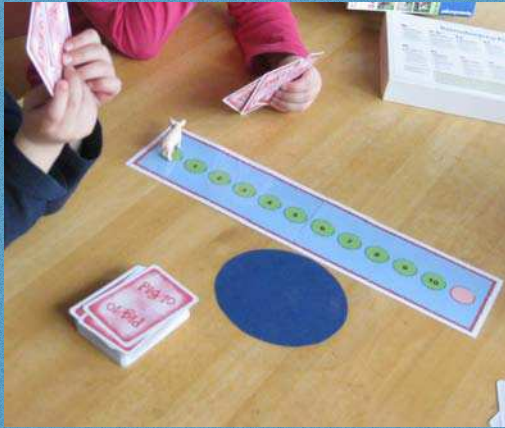
Fabian (5 Jahre) würfelt fünf und sechs und sagt nach kurzer Zeit: „Das geht nicht.“

Daraufhin möchte ich wissen: „*Warum geht das nicht?*“

„Weil ich schon fünf und sechs habe und zusammen geht das über zehn.“

„*Woher weißt Du das? Du hast das doch so schnell gar nicht gezählt.*“

„Das (zeigt auf die Klappen) geht doch nur bis zehn. Und fünf und fünf sind schon zehn also geht das über zehn, weil das einer mehr ist (zeigt auf die Würfel).“



PIG 10

„Bei PIG 10 muss man immer die 10 kriegen. Die Karten kommen auf den Stapel und wenn man die 10 kriegt, dann kriegt man die Karten und wenn man drüber ist über der 10, dann kriegt der davor die Karten.“

(Sandra, 5 Jahre)

Neben *Klipp Klapp* kann auch *PIG 10* (Zoch-Verlag) zur Förderung arithmetischer Kompetenzen im Kindergarten und in der Grundschule eingesetzt werden. Dieses Kartenspiel basiert auf der Grundidee, durch das Ablegen von Spielkarten mit Zahlen von 0 bis 10 und deren Addition genau den Stapelwert zehn zu treffen und damit den Kartenstapel zu ergattern, um am Ende die meisten Karten gesammelt zu haben. Durch ergänzende Regeln wird das Spiel besonders spannend. Die Spielkarte mit der null setzt beispielsweise den Stapelwert immer auf null. Beim Ablegen der Meerjungfrau, der Spielkarte mit der fünf, darf entschieden werden, ob diese fünf zum aktuellen Stapelwert dazugezählt oder abgezogen wird. Außerdem kann durch das Legen der gleichen Karte wie der Vorgänger der Stapelwert auf diesen Kartenwert zurückgesetzt werden. Und auch beim Legen einer Karte, die dem aktuellen Stapelwert entspricht, kann dieser Wert beibehalten werden. In Absprache mit den Mitspielenden sind darüber hinaus selbstverständlich auch weitere Regelvariationen möglich.

Mathematisches Potential

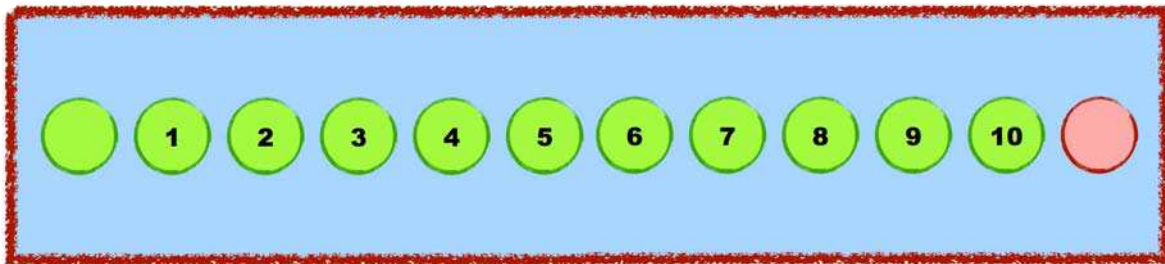
Es liegt auf der Hand, dass durch dieses Spiel das Zerlegen von Mengen sowie erstes Rechnen gefördert wird. Aufgrund der ausschließlich symbolischen Repräsentation der Zahlen auf den Spielkarten wird zudem die Ziffernkenntnis (z.B. Sicherheit in der Unterscheidung von sechs und neun) gefestigt. Da das Rechnen nicht auf rein symbolischer Ebene erfolgen muss, sondern beispielsweise durch die Zuhilfenahme der Finger unterstützt werden kann, müssen Zahlen in Mengen übersetzt und Objekte abgezählt werden.

Voraussetzungen und Spieleinführung

Für den Einsatz dieses Spiels im Kindergarten empfiehlt es sich unseren Erprobungen zufolge, mit einem stark verkürzten Regelwerk zu beginnen, um das Ziel des Spiels zu verdeutlichen. Zunächst soll es also darum gehen, durch abwechselndes Legen der Karten auf der Hand, möglichst häufig die Summe zehn als Stapelwert zu erreichen. Als zusätzliche Unterstützung hat sich eine

ZENTRALES MATHEMATISCHES POTENTIAL

- Teil-Ganzes-Beziehung
- erstes Rechnen
- Ziffernkenntnis festigen
- Objekte abzählen
- Zuordnung Zahl-Menge



ikonische Visualisierung der Rechnungen mit Hilfe einer einfachen Zahlenreihe (vgl. Abb.) bewährt. Auf solchen zwölf Feldern (Zahlen von 1 bis 10, davor ein Startfeld und anschließend ein Repräsentant für Zahlen über 10, der rot eingefärbt wurde, da bei einem Stapelwert größer 10, der Mitspielende den Kartenstapel erhält) kann der aktuelle Stapelwert, beispielsweise mit einem kleinen Schwein (pig engl.: Schwein), festgehalten werden. Neben der Funktion als Gedächtnisstütze, erleichtert ein solches Hilfsmittel auch das Abzählen, wenn eine rein symbolische Verarbeitung der Zahlen noch nicht allen Kindern gelingt. So kann beispielsweise gut von sieben bis zehn abgezählt werden, um herauszufinden, welche Karte man zum Ergattern des Stapels legen müsste, wenn das Schwein gerade auf der sieben steht. Trotz dieser Hilfe, bedarf es beim Spielen von *PIG 10* im Vergleich zum Spiel *Klipp Klapp* dringend der Zahlenkenntnis bis zehn, da durch ein Abzählen bei Unsicherheiten bzgl. der Ziffern das Spielgeschehen zu stark in den Hintergrund rückt.

Auch wenn sich also ein Einstieg mit vereinfachten Regeln empfiehlt, ist die sukzessive Einführung weiterer Spielregeln durchaus auch im Kindergarten möglich und sinnvoll, da das Spiel erst dadurch spannend wird. Zudem wird besonders durch diese weiteren Regeln auch ein strategisches Vorgehen ermöglicht. Unserer Erfahrung zufolge werden die Zusatzregeln vor allem von geübten und interessierten Kindern viel genutzt. Gleichzeitig hindert dies unerfahrenere Kinder nicht am Mitspielen, da *PIG 10* eine Mischung aus Strategie- und Glücksspiel bleibt, sodass durch strategisches Spielen zwar ein Sieg wahrscheinlicher aber nicht sicher ist.

Was uns an diesem Spiel ganz besonders begeistert, ist die Tatsache, dass bei jedem Spielzug zahlreiche Rechnungen durchgeführt werden. Welche Karte bräuchte ich, um die zehn zu treffen? Wie hoch wäre der Stapelwert, wenn ich diese Karte lege? usw. Besonders interessierte Kinder verfolgen zudem die Spielzüge ihrer MitspielerInnen genau und stellen während dessen bereits Überlegungen zu ihrem nächsten Zug an, wodurch sich noch weitaus mehr Rechenanlässe ergeben.

Über einen sehr langen Zeitraum hinweg, wurde dieses Spiel während unserer Erprobungen immer wieder gefordert und in Freispielsituationen genutzt. Dabei war auch bei jüngeren Kindern sehr zügig ein strategisches Vorgehen zu beobachten (vgl. Beispielsituation). Hier zeigt sich auch ein weiterer Vorzug der Zahlenreihe, da viele Kinder dieses Hilfsmittel weniger zum Abzählen, sondern als Entscheidungshilfe welche der Zusatzregeln (+/- 5, Stapelwert beibehalten bzw. auf Null setzen) sinnvoll sein könnte, nutzten.

SITUATION AUS DEM KINDERGARTEN

Der vierjährige Manuel hat eine Spielkarte mit der Zahl zehn auf der Hand und legt stets andere Karten, auch wenn die Tischmitte leer ist. Ein beobachtendes Kind fragt ihn schließlich, warum er die zehn nicht endlich legt, damit kann man ja ganz sicher den Stapelwert zehn erreichen. Daraufhin antwortet er: „Nein, ich warte, bis ganz viele Karten in der Mitte sind und dann eine null kommt, dann kriege ich ganz viele Karten.“

Impulse zur Anregung der Kommunikation und Argumentation

Um die Kommunikation über die Überlegungen beim Spielen von *PIG 10* anzuregen, können selbstverständlich vergleichbare Impulse gesetzt werden, wie beim Spiel *Klipp Klapp*. Mögliche Fragen und Impulse sind hier: „Wo wäre das Schwein, wenn Du diese Karte legst? Welche Zahl brauchst Du, um die zehn zu kriegen?“ Diese Überlegungen stellt ein Großteil der Kinder automatisch während des Spiels an. Um weitere strategische Überlegungen der Kinder nachzuvollziehen, kann an geeigneter Stelle die Frage „Warum hast Du gerade diese Karte ausgewählt?“ eingesetzt werden. Auch bei diesem Spiel gilt wieder, dass ein verbalisierendes Mitspielen des Erwachsenen besonders nützlich ist und den Spielfluss im Vergleich zu zahlreichen Instruktionen und Zwischenfragen weniger stark behindert.

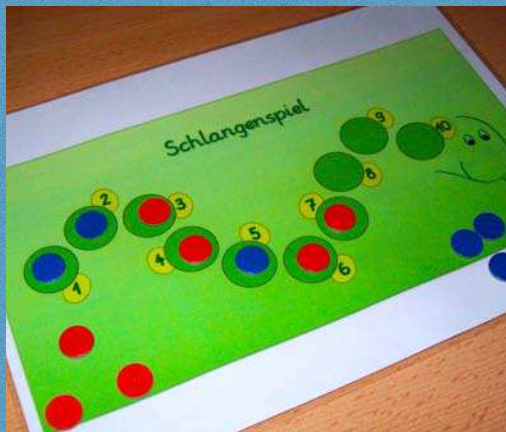
Bei diesem Kartenspiel bietet es sich zur Anregung der Kommunikation zudem an, mit offenen Karten zu spielen, damit die MitspielerInnen die verbalisierten Überlegungen besser nachvollziehen können. Dabei verändert das Spiel mit offenen Karten die Spielsituation dahingehend, dass die eigenen Spielzüge von dem Blatt der MitspielerInnen abhängig gemacht werden können. Dies ist aber keineswegs ein Nachteil für den Spielfluss und birgt zudem das Potential, dass noch mehr Rechnungen ausgeführt werden, um eventuelle Züge der Mitspielenden vorab zu durchdenken und entsprechend zu agieren. Darüber hinaus entwickelten die Kinder während unserer Erprobung eine weitere Gestaltungsmöglichkeit, die das Kommunizieren ebenfalls und in besonders umfangreichem Maße erfordert. Zufällig ergab sich nämlich, dass zwei Freundinnen in einem Team gegen die beiden anderen MitspielerInnen antreten wollten. Die Spielregeln behielten sie bei ihrer Spielform vollständig bei, die Änderung bestand nur darin, dass die erspielten Karten auf einem gemeinsamen

Stapel gesammelt wurden. Die Teams spielten also mit verdeckten oder offenen Karten, wobei teamintern immer Absprachen getroffen wurden, welche Karte gelegt werden soll. Aufgrund der Tatsache, dass die Spielregeln genau beibehalten wurden, konnte beim Spielen zu zweit auch eine weitere Möglichkeit zum Kartensammeln eingesetzt werden. Hat nämlich der zweite Mitspieler im Team keine Karte, die den Stapelwert genau auf zehn erhöht, so kann er auch eine Karte legen, durch die sich eine Summe größer als zehn ergibt, da dann der Teammitspieler als Vorgänger den Kartenstapel erhält, diese Karten also in die gemeinsame Sammlung eingehen.

Ganz automatisch wird sich bei dieser Spielform also strategisch ausgetauscht, weiterer Impulse bedarf es dabei in den seltensten Fällen. Bei ungleichen Teams kann lediglich der Hinweis gegeben werden, dass das interessiertere Kind seine Überlegungen erklärt und damit dem Mitspielenden die Chance gibt, diese nachzuvollziehen und nach und nach auch selber anzuwenden.

Wie beim Spiel *Klipp Klapp* kann auch *PIG 10* im Kindergarten- und Grundschulalltag regelmäßig eingesetzt werden, um Entwicklungen der mathematischen Kompetenzen zu ermöglichen. Aufgrund der Begeisterung der Kinder für dieses Spiel, lässt sich dieses Vorhaben problemlos umsetzen.





NIM - SPIEL

„Das Schlangenspiel geht ganz einfach. Man darf immer ein Plättchen legen oder zwei Plättchen und wenn man bei der zehn im Kopf ist, hat man gewonnen. Und wenn man richtig gut überlegt, dann kann man gut gewinnen.“

(Fabian, 5 Jahre)

Das *NIM-Spiel* (vgl. Müller & Wittmann 1977, S. 64ff) ist ein für die Grundschule entwickeltes aber auch für den Elementarbereich hervorragend geeignetes Strategiespiel. Auf einem aus zehn Feldern bestehenden Spielfeld legen zwei MitspielerInnen abwechselnd rote und blaue Plättchen, wobei jeweils ein oder zwei Plättchen gelegt werden dürfen. Gewinner ist, wer das letzte Feld belegen kann. Das Spiel kann variiert werden, indem die Anzahl der Spielfelder (z.B. 12 Felder) oder der Legeplättchen (z.B. bis zu drei Plättchen legen) erhöht wird.

Mathematisches Potential

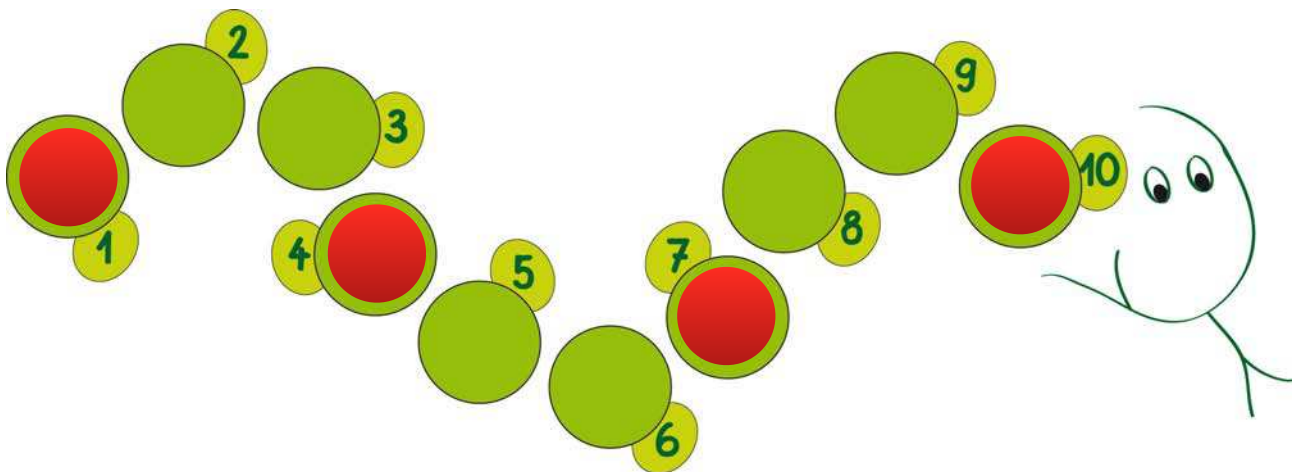
Im Vordergrund steht bei diesem Spiel das **Problemlösen** - um zu gewinnen, oder sogar eine Niederlage immer vermeiden zu können, muss eine Strategie zum Legen der Plättchen entwickelt werden. Wenn die Kinder dazu aufgefordert werden ihre Überlegungen zu verbalisieren, wird auch das mathematische **Kommunizieren** geschult. Erkennen die Kinder zudem eine Gewinnstrategie, können sie zum mathematischen **Argumentieren** angeregt werden, indem sie erklären sollen, warum man durch ein bestimmtes Spielverhalten immer gewinnen kann.

Als Vorbereitung auf eine Erprobung mit Kindern ist es ratsam, das Spiel zunächst selber kennenzulernen. Probieren Sie es am besten aus, bevor Sie weiterlesen (vgl. M4, Lösung auf der folgenden Seite).

Voraussetzungen und Spieleinführung

Beim *NIM-Spiel* wird vor allen Dingen ein strategisches Vorgehen erzielt. Aufgrund der Komplexität der Gewinnstrategie eignet sich dieses Spiel besonders gut zur Förderung der allgemeinen mathematischen Kompetenzen von älteren Kindergarten- und Grundschulkindern. Im Vergleich zu den anderen zuvor vorgestellten Spielen, die regelmäßig im Kindergarten und in der Grundschule zum Einsatz kommen können, ist das *NIM-Spiel* eine Spielmöglichkeit, zu der zwar durchaus einige aufeinanderfolgende Angebote bzw. Unterrichtsstunden gestaltet werden können, bei der sich aber ein regelmäßiger Einsatz nicht anbietet, da der Reiz nicht mehr vorhanden ist, sobald die Gewinnstrategie erkannt wurde.

Im Kindergarten ist es beispielsweise möglich, das Spiel im Rahmen schulvorbereitender Kleingruppenangebote einzusetzen. Wie der zu Beginn dokumentierten Spielbeschreibung des fünfjährigen Fabian zu entnehmen ist, sind die Spielregeln sehr leicht verständlich, sodass nach einigen ersten Spieldurchläufen bereits strategische Überlegungen möglich sind. Unsere Erprobungen haben gezeigt, dass es bereits Kindergartenkindern gelingt, Teile der Gewinnstrategie zu erkennen. So erkennen viele Kinder nach einigen Durchläufen, dass man sicher gewinnt, wenn man das siebte Feld belegt. Einigen Kindern gelingt es daraufhin auch, weiter rückwärts vorzugehen



und damit auch weitere Gewinnfelder zu erkennen.

Für den Kindergarten ist es allerdings nicht erstrebenswert, dass alle Kinder die vollständige Gewinnstrategie erkennen oder verstehen können. Es bietet sich mit jüngeren Kindern vielmehr an, über das Spiel ins Gespräch zu kommen, das Verbalisieren der eigenen Überlegungen anzuregen und damit die allgemeinen mathematischen Kompetenzen zu fördern (vgl. Impulse zur Anregung der Kommunikation und Argumentation).

Gewinnstrategie

Während Sie das Spiel selber erprobt haben, ist Ihnen sicherlich aufgefallen, dass man zum Gewinnen gezielt bestimmte Felder belegen muss (vgl. Markierungen in der Abb.), sodass es dem Mitspielenden nicht gelingen kann, sein Plättchen auf das zehnte Feld zu legen. Die Gewinnstrategie beginnt also mit dem Legen eines Plättchens auf das erste Feld und dem gezielten Belegen der Felder vier und sieben. Legt der Mitspielende dann ein Plättchen (z.B. auf Feld zwei), füllt man mit zwei Plättchen auf (Feld drei und vier), um das jeweilige Feld zu treffen; legt der andere zwei Plättchen (z.B. Feld fünf und sechs), nimmt man nur eines (Feld sieben). Mit dieser Strategie kann eine Niederlage immer verhindert werden.

Vertiefungsmöglichkeiten

Für den Einsatz im Anfangsunterricht bietet es sich ebenfalls an, mit einem aus zehn Feldern bestehenden *NIM-Spiel* zu beginnen, damit möglichst viele Kinder die Gelegenheit erhalten, Teile der Gewinnstrategie zu erkennen. Für die Verwendung in höheren Klassen und zur Differenzierung für leistungsstarke Kinder können dann auch Spielpläne mit mehr Feldern (z.B. 12 (vgl. Abb. S.23) oder 17) eingesetzt werden. Darüber hinaus kann das Spiel für Kinder, die die vollständige Gewinnstrategie anwenden und erklären können, weiter variiert werden, indem nicht nur die Anzahl der Felder sondern auch die der zu legenden Plättchen (z.B. bis zu drei Plättchen legen) erhöht wird.

Diese Variationen können selbstverständlich endlos fortgeführt werden, wobei es sich ab einer gewissen Spielfeldgröße bzw. Plättchenanzahl anbietet, das *NIM-Spiel* als reines Zahlenspiel umzugestalten (vgl. Müller & Wittmann 1977, S. 66). Dafür kann ein neuer Spielplan mit leeren Feldern und Pfeilverbindungen genutzt werden (vgl. Abb. S. 24). Das beginnende Kind trägt dann eine Zahl von 1 bis 5 in das erste Feld ein, woraufhin der/die Mitspieler/in eine Zahl von 1 bis 5 als Additionszahl wählt, und die Summe aus dieser Zahl und der ersten Zahl in das nächste Feld einträgt. Anschließend wird abwechselnd von jedem Kind eine neue Additionszahl ausgewählt, zu dem vorherigen Ergebnis notiert und

im Spielplan notiert. Gewonnen hat, wer eine zuvor vereinbarte Zielzahl (z.B. 50) erreicht.

Diese Spielregeln entsprechen einem aus fünfzig Feldern bestehenden *NIM-Spiel*, bei dem die MitspielerInnen ein bis fünf Plättchen legen dürfen, was in der Durchführung mit Plättchen sehr umständlich werden könnte. Diese Variation aber, die natürlich an viele verschiedene Spielfeldgrößen und Plättchenanzahlen angepasst werden kann, bietet eine sinnvolle Erweiterung des Spiels, sodass nicht nur strategische Überlegungen sondern auch arithmetische Kompetenzen auf symbolischer Ebene gefördert werden können.

Durch die leicht verständlichen Spielregeln und die verschiedenen Variationsmöglichkeiten können sich alle SchülerInnen auf ihrem Niveau mit dem *NIM-Spiel* problemlösend auseinandersetzen, sodass es sich hervorragend für einen differenzierten Mathematikunterricht in verschiedenen Jahrgangsstufen eignet.

Impulse zur Anregung der Kommunikation und Argumentation

Im Gegensatz zu den bereits vorgestellten Spielen, bei dem das Kommunizieren und Argumentieren besonders gut durch ein aktives Mitspielen des Erwachsenen angeregt werden kann, ist dies unseres Erachtens bei diesem Spiel nicht zwingend notwendig. Hier ist es ertragreicher, zwei Kinder beim gegeneinanderspielen zu beobachten und durch Impulse zum

SITUATION AUS DEM KINDERGARTEN

Beim NIM-Spiel sind die Felder von eins bis sechs belegt. Die sechsjährige Tanja entscheidet sich, nur ein Plättchen zu legen und damit das siebte Feld zu belegen. Daraufhin frage ich:

„Warum legst Du nur ein Plättchen?“

„Dann gewinne ich! Wenn Florian zwei legt, dann bleibt die zehn für mich.“

„Gewinnst Du denn jetzt ganz sicher?“

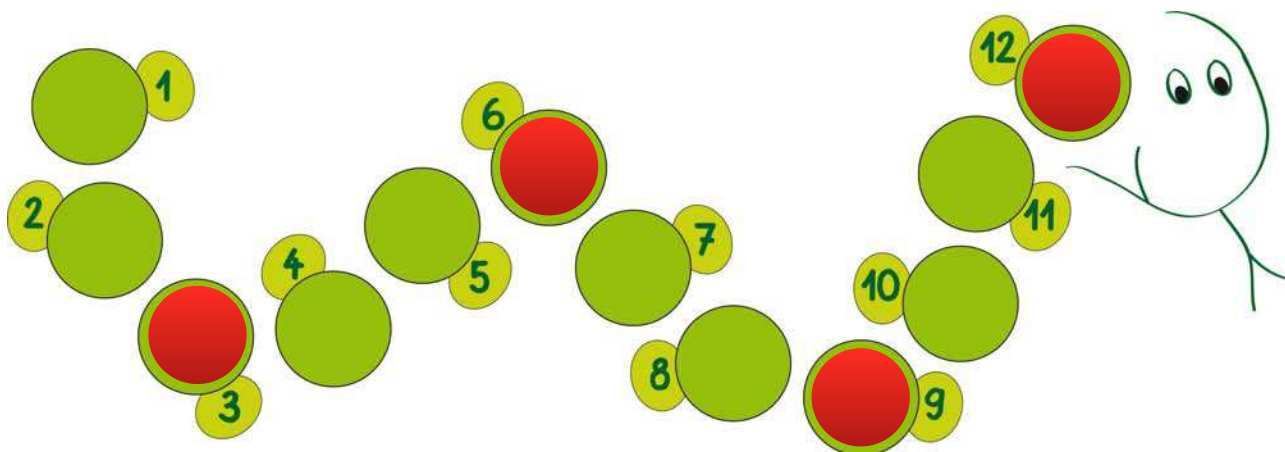
„Ja!“

„Aber Florian muss ja nicht zwei Plättchen legen.“

„Stimmt, er darf auch nur eins legen (überlegt). Aber dann gewinne ich trotzdem, weil ich dann einfach zwei lege.“

Erklären und Begründen ihrer Vorgehensweisen anzuregen.

Besonders häufig haben wir nach einer anfänglichen Probierphase die im Kasten beschriebene Situation beobachten können, bei der beispielsweise die genutzten Impulse gesetzt werden können, um die Kinder zum Argumentieren anzuregen. Dabei ist es ratsam, konkret am Spielfeld und mit den Plättchen zu arbeiten, weil dadurch das Erklären erleichtert wird. Man kann also das Spielgeschehen gut an der Stelle anhalten, an der das siebte Feld belegt ist und die Kinder



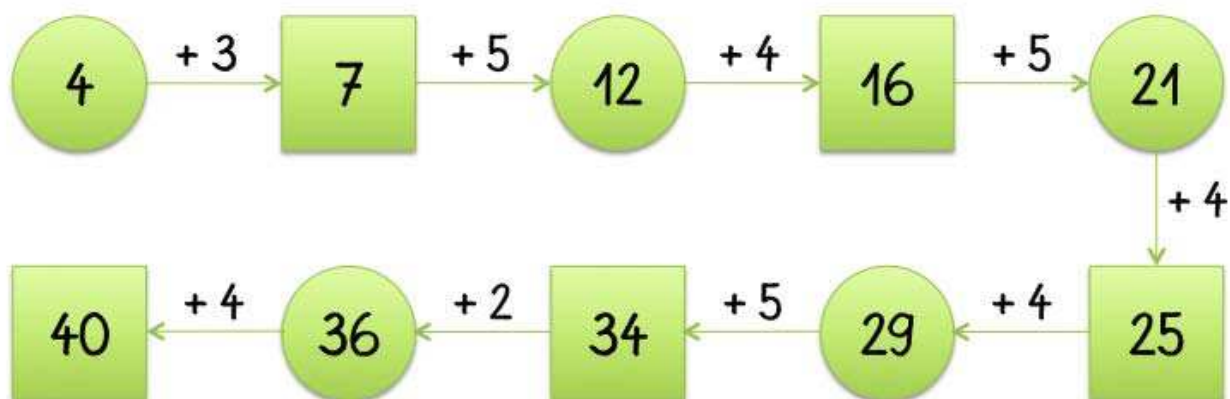
daran ihre Überlegungen mit Plättchen erklären lassen.

Sobald das siebte Feld als Gewinnerfeld erkannt ist, versuchen einige Kinder dieses durch zufälliges Legen der Plättchen zu Beginn des Spiels zu treffen, während andere Kindergartenkinder durchaus weiter strategisch vorgehen und dadurch die weiteren Gewinnerfelder identifizieren. In Abhängigkeit vom Interesse und der Motivation der Kinder kann den zufällig Spielenden ein diesbezüglicher Impuls (z.B. Wie muss man denn vorher die Plättchen legen, um auf die sieben zu kommen?) gegeben werden. Es ist aber wie bereits erläutert, nicht anzustreben, dass alle Kindergartenkinder die vollständige Gewinnstrategie nutzen.

Es bietet sich bereits im Kindergarten an, den Kindern nach einer Spielphase mit zehn Feldern auch die Variante mit zwölf Feldern (vgl. Abb. S. 23; M5) vorzulegen, da viele durchaus dazu in der Lage sind, die bereits durchdachte Strategie auf eine höhere Felderanzahl zu übertragen. Dabei empfiehlt es sich, die Kinder bereits vor dem Spielbeginn auf zwölf Feldern zu strategischen Überlegungen anzuregen: „Was meint Ihr? Welches Feld ist wohl hier das Gewinnerfeld? Welches muss man kriegen, damit man sicher auf die zwölf kommt?“ An dieser Stelle sollen die

Kinder dazu angeregt werden, strategische Überlegungen anzustellen, diese zu verbalisieren und natürlich zu begründen. Hier sollte nicht korrigierend eingegriffen werden, falls der Transfer nicht vollständig gelingt. Die Kinder sollen statt dessen direkt im Anschluss ausprobieren, ob die theoretischen Überlegungen tatsächlich stimmen und erhalten so die Möglichkeit diese zu verifizieren bzw. zu korrigieren.

Im Kindergarten kann das Kommunizieren und Argumentieren zusätzlich gut gefördert werden, wenn man Kinder, die das Spiel bereits kennen und Teile der Strategie erkannt und erklärt haben, gegen einen Erwachsenen spielen lässt. Hier bietet es sich natürlich an, nicht selber zu spielen, sondern andere KollegInnen einzubeziehen. Diese können die Kinder dann beim Spielen hervorragend zu Erklärungen zu ihrem Vorgehen anregen: „Warum gewinnt Ihr denn immer? Wie macht Ihr das nur?“ Hierbei ist es auch durchaus sinnvoll, die Kinder, die zuvor gegeneinander gespielt haben, gemeinsam gegen den Erwachsenen antreten zu lassen, da sie sich so während des Spielens zusätzlich untereinander austauschen können. Unseren Erfahrungen zufolge ist dies eine für die Kinder sehr motivierende Möglichkeit, um das Kommunizieren und Argumentieren zu fördern.



LITERATURVERZEICHNIS

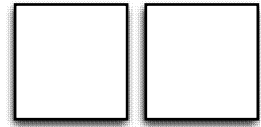
- Benz, Ch., Peter-Koop, A. & Grüßing, M. (2015): *Frühe mathematische Bildung. Mathematiklernen der Drei- bis Achtjährigen*. Berlin, Heidelberg: Springer.
- Carle, U. & Wittmann, G.: *AnschlussM. Anschlussfähigkeit der mathematikdidaktischen Überzeugungen und Praktiken von ErzieherInnen und GrundschullehrerInnen*. Münster: Waxmann. Erscheint voraussichtlich 2015.
- Eichler, K.-P. (2004): *Geometrische Vorerfahrungen von Schulanfängern*. In: Praxis Grundschule 27 (2), S. 12-20.
- Gasteiger, H. (2013): *Förderung elementarer mathematischer Kompetenzen durch Würfelspiele - Ergebnisse einer Interventionsstudie*. In: Greefrath, G., Käpnick, F. & Stein, M. (Hrsg.): Beiträge zum Mathematikunterricht 2013. Münster: WTM - Verlag, S. 336-339.
- Götze, D. & Spiegel, H. (2006): *Potz Klotz*. In: Grundschule Mathematik 10 (3), S. 16-19.
- [KMK] –Ständige Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (Hrsg.) (2005): *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich*. München, Neuwied: Wolters Kluwer Deutschland.
- Müller, G. N. & Wittmann, E. Ch. (1977): *Der Mathematikunterricht in der Primarstufe*. Braunschweig: Vieweg.
- Ramani, G. B. & Siegler, R. S. (2008): *Promoting broad and stable improvements in low-income children's numerical knowledge through playing number board games*. In: Child Development, 79(2), S. 375-394.
- Rechsteiner, K., Hauser, B. & Vogt, F. (2012): *Förderung der mathematischen Vorläuferfertigkeiten im Kindergarten: Spiel oder Training?* In: Ludwig, M. & Kleine, M. (Hrsg.): Beiträge zum Mathematikunterricht 2012. Münster: WTM - Verlag, S. 677-680.
- Schipper, W. (1996): *Kompetenz und Heterogenität im arithmetischen Anfangsunterricht*. In: Die Grundschulzeitschrift 96 (10), S. 10-15.
- Schuler, S. (2013): *Mathematische Bildung im Kindergarten in formal offenen Situationen. Eine Untersuchung am Beispiel von Spielen zum Erwerb des Zahlbegriffs*. Münster: Waxmann.
- Selter, Ch. (1995): *Zur Fiktivität der 'Stunde Null' im arithmetischen Anfangsunterricht*. In: Mathematische Unterrichtspraxis 16 (2), S. 11-19.
- Spiegel, H. & Spiegel, J. (2003): *Potz Klotz. Ein raumgeometrisches Spiel*. In: Die Grundschulzeitschrift 163 (17), S. 50 - 55.
- Spiegel, H., Spiegel, J. & Götze, D. (2008): *Wiedererkennen, Konstruieren, Verändern, Sortieren - Eine Auswahl von geometrischen Aktivitäten für 5 bis 7-jährige*. In: Daiber, B. & Weiland I. (Hrsg.): Impulse der Elementardidaktik. Eine gemeinsame Ausbildung für Kindergarten und Grundschule. Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren, S. 101-115.
- Stebler, R., Vogt, F., Wolf, I., Hauser, B. & Rechsteiner, K. (2013): *Play-Based Mathematics in Kindergarten. A Video Analysis of Children's Mathematicla Behaviour while playing a Board Game in Small Groups*. In: Journal für Mathematik-Didaktik, 34 (2), S. 149-175.
- Steinweg, A.S. (2006): *Zwischen Kindergarten und Schule – Mathematische Basiskompetenzen im Übergang*. In: Hellmich, F. & Köster, H. (Hrsg.): Vorschulische Bildungsprozesse in Mathematik und Naturwissenschaften. Bad Heilbrunn: Klinkhardt, S. 143-159.
- Thöne, B. & Spiegel, H. (2003): *„Kisten stapeln“. Raumvorstellung spielerisch fördern*. In: Die Grundschulzeitschrift 163 (17), S. 12-19.

ABBILDUNGSNACHWEISE

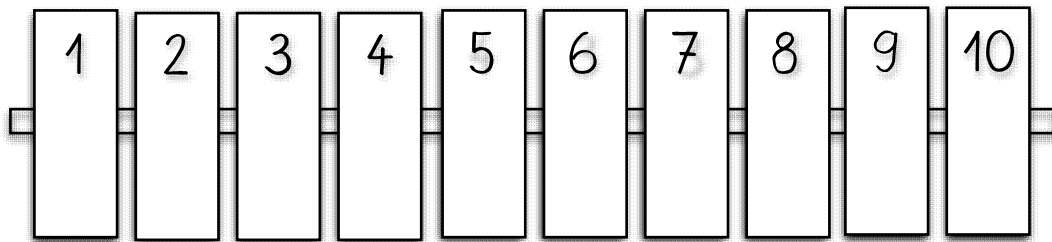
- Würfelgebäude auf S. 9 und 10 sind entnommen aus: Götze & Spiegel 2006.
- Die Zahlenreihe auf S. 19 wurde entwickelt von Bernadette Thöne.
- Alle anderen Abbildungen sind Fotos oder Entwicklungen von Anna Körner.

M 1 – KLIPP KLAPP

1. Würfle mit zwei Würfeln.
 Welche Klappen könntest Du schließen?
 Schreibe viele Gleichungen auf und kreuze die Klappen ab.



+	=		

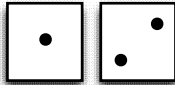
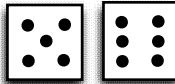
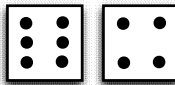
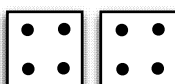
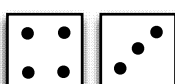
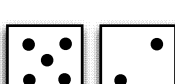
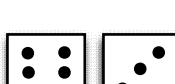


2. Welche Klappen fehlen jetzt noch? Was könnte man würfeln, um sie zu schließen? Schreibe die Zahlen und male passende Würfelbilder.

	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; width: 40px; height: 40px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 40px; height: 40px;"></div> </div>		<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; width: 40px; height: 40px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 40px; height: 40px;"></div> </div>
	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; width: 40px; height: 40px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 40px; height: 40px;"></div> </div>		<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; width: 40px; height: 40px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 40px; height: 40px;"></div> </div>
	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; width: 40px; height: 40px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 40px; height: 40px;"></div> </div>		<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; width: 40px; height: 40px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 40px; height: 40px;"></div> </div>

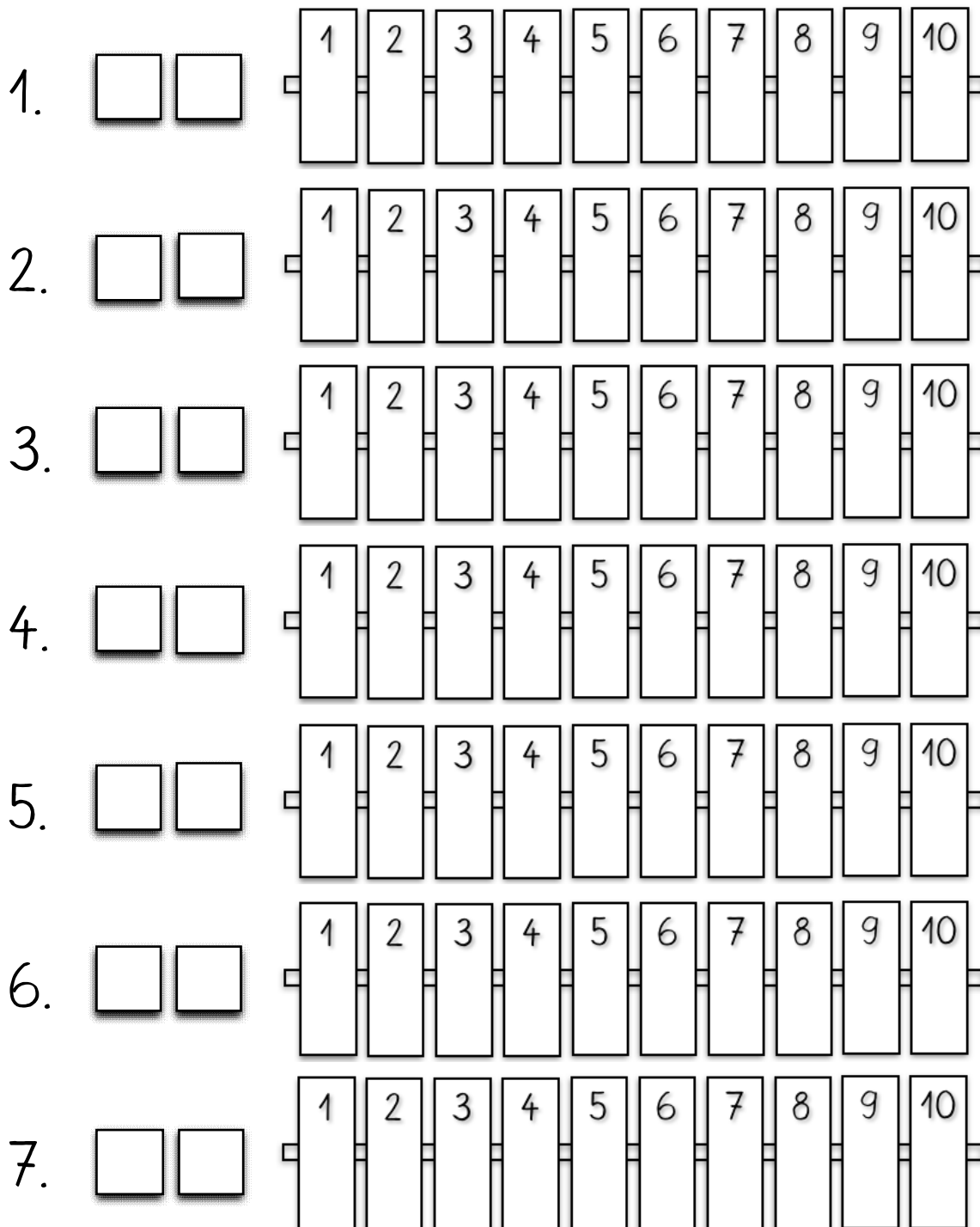
M 2 – KLIPP KLAPP

Ich habe nacheinander folgende Augenpaare gewürfelt und bei jedem Wurf mindestens eine Klappe geschlossen. Am Ende waren alle Klappen geschlossen.

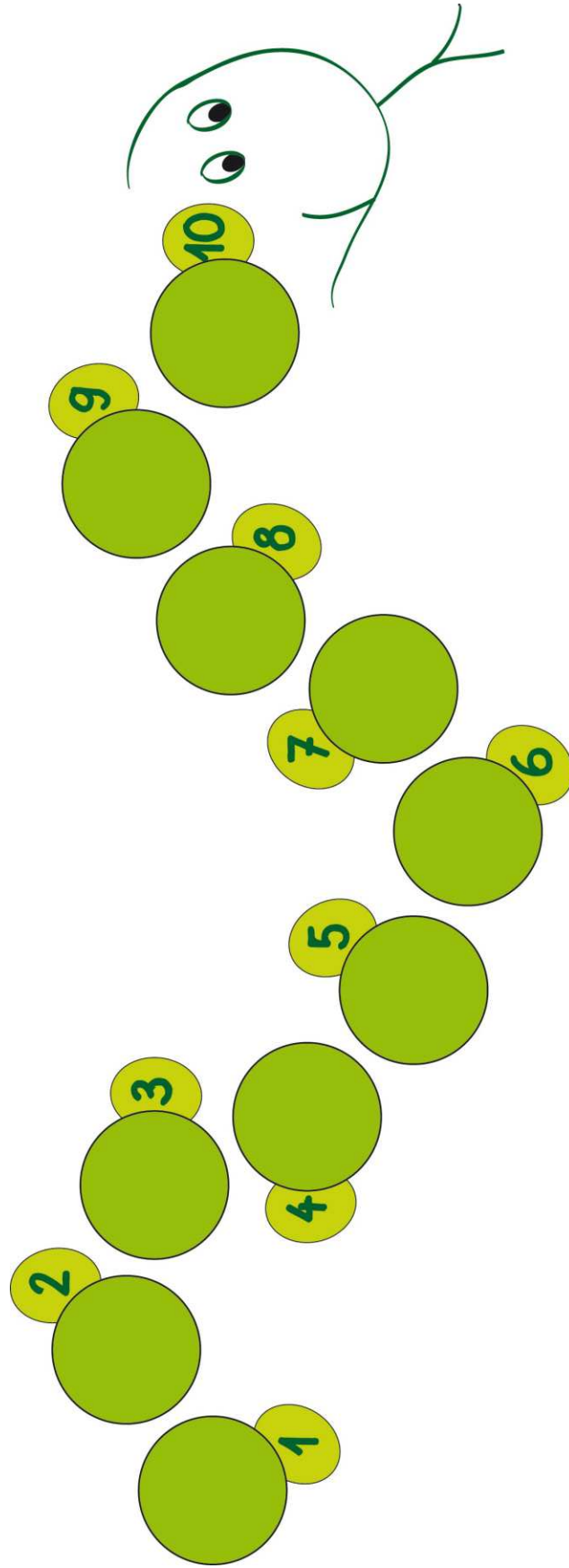
1.		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2.		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3.		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4.		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5.		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6.		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
7.		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

M 3 – KLIPP KLAPP

Ich habe nacheinander folgende Augenpaare gewürfelt und bei jedem Wurf mindestens eine Klappe geschlossen. Am Ende waren alle Klappen geschlossen.



M4 – NIM-SPIEL MIT 10 FELDERN



M4 – NIM-SPIEL MIT 12 FELDERN

