

UNIVERSITÄT BREMEN
INSTITUT FÜR UMWELTPHYSIK



MASTERARBEIT

Box-Modell der Spriteentzündung in der Mesosphäre

Box modell of sprite ignition in the mesosphere

Philipp Richter (2367958)

12. September 2016

Gutachter

Prof. Dr. Justus Notholt

PD Dr. Annette Ladstätter-Weißmayer

Betreuer

Dr. Holger Winkler

Name: _____

Matrikel-Nr.: _____

Urheberrechtliche Erklärung

Erklärung gem. § 10 (10) Allgemeiner Teil der MPO vom 27.10.2010

Hermit versichere ich, dass ich meine Masterarbeit ohne fremde Hilfe angefertigt habe, und dass ich keine anderen als die von mir angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Alle Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus Veröffentlichungen übernommen sind, habe ich unter Angabe der Quellen als solche kenntliche gemacht.

Die Masterarbeit darf nach Abgabe nicht mehr verändert werden.

Datum: _____

Unterschrift: _____

Erklärung zur Veröffentlichung von Abschlussarbeiten

Bitte ankreuzen und auswählen:

- Ich bin damit einverstanden, dass meine Abschlussarbeit im Universitätsarchiv für wissenschaftliche Zwecke von Dritten eingesehen werden darf.
- Ich bin damit einverstanden, dass meine Abschlussarbeit nach 30 Jahren (gem. §7 Abs.2 BremArchivG) im Universitätsarchiv für wissenschaftliche Zwecke von Dritten eingesehen werden darf.
- Ich bin nicht damit einverstanden, dass meine Abschlussarbeit im Universitätsarchiv für wissenschaftliche Zwecke von Dritten eingesehen werden darf.

Datum: _____

Unterschrift: _____

Inhaltsverzeichnis

1	Abstract	1
2	Motivation	2
2.1	Bisherige Arbeiten zu diesem Thema	3
3	Theoretische Grundlagen	4
3.1	Einheit der elektrischen Feldstärke	4
3.2	Kontinuitäts- und Poissongleichung	4
3.3	Gewitter und Sprites	6
3.4	Streamer	9
3.5	Numerische Verfahren zur Lösung eindimensionaler gewöhnlicher Differentialgleichungen	10
3.6	Chemische Reaktionen	11
3.7	Boltzmann-Gleichung	12
4	Methode	14
4.1	Beschreibung des Modells	14
4.1.1	Differentialgleichungen	14
4.1.2	Stromdichte	16
4.1.3	Elektrische Leitfähigkeit	16
4.1.4	Ratenkoeffizienten	17
4.1.5	Streamer	17
4.2	Anfangsbedingungen des Box-Modells	17
5	Ergebnisse	19
5.1	Gültigkeit der numerischen Methode	19
5.2	Parameterstudie	20
5.2.1	Spriteentfaltung	20
5.2.2	Synthetischer Puls	26

Inhaltsverzeichnis

5.3	Box-Modell	28
5.3.1	Strommoment 100 kA km (-CG)	28
5.3.2	Strommoment 100 kA km (+CG)	33
5.3.3	Strommoment 200 kA km (+CG)	37
5.3.4	Strommoment 300 kA km (+CG)	41
5.3.5	Strommoment 1000 kA km (+CG)	44
5.3.6	Vergleich (+CG) mit (-CG)	45
5.3.7	Streamer	47
6	Zusammenfassung	49
7	Ausblick	52
8	Danksagung	53
9	Anhang	54
9.1	Interpolationsformeln	54
9.2	Berechnung der Luftdichte	56
9.3	Auszüge des Modellcodes	57
9.3.1	numerics.f90	57
9.3.2	parameters.f90	58
9.3.3	solveProblem.f90	58
10	Literaturverzeichnis	61

1 Abstract

Ein Modell zur Simulation der Elektrostatik in der Mesosphäre unter einem Strommoment wurde für diese Arbeit entwickelt. Das Modell löst gewöhnliche Differentialgleichungen, welche sich aus der Kontinuitätsgleichung und der Poisson-Gleichung sowie Reaktionsgleichungen ergeben, zur Berechnung der (reduzierten) elektrischen Feldstärke, sowie Teilchendichten von e^- , N_2^+ , O_2^+ , O^- , O^+ , N^+ , N_2 und O_2 . Mithilfe dieses Modells wird das notwendige Strommoment bestimmt, welches für die Entstehung einer Entladung in der Mesosphäre, einem Sprite, notwendig ist. Dazu werden Ratenkoeffizienten von BOLSIG+, Borisov et al./Sentman et al. und Pasko et al. verwendet. Abhängig von den verwendeten Ratenkoeffizienten liegt die kritische reduzierte elektrische Feldstärke zwischen 93Td und 138Td, sowie das für einen Sprite notwendige Strommoment zwischen 200kA km und 300kA km. Ein Streamer kann bei denselben reduzierten elektrischen Feldstärken entstehen.

2 Motivation

Ein *Sprite* (dt. *Kobold*) ist eine Entladung, welche in der Mesosphäre in Höhen von ungefähr 80km über Gewitterwolken auftreten kann. Sprites wurden erstmals in den 1990er Jahren von Franz et al. zufällig beim Testen einer Low-Light-Kamera beobachtet[4]. Die zeitliche Dauer eines Sprites liegt in der Größenordnung einiger Millisekunden, was eine experimentelle Beobachtung erschwert. Dadurch lassen sich chemische Prozesse, welche durch Sprites hervorgerufen werden, nur schwer beobachten. Zusätzlich ist der exakte Ort, an welchem ein Sprite auftreten kann, nicht leicht vorhersagbar, da das Auftreten eines Sprites von der Stärke eines Blitzes abhängt. Mit dem für diese Arbeit entwickelten und hier vorgestellten Modell soll einerseits eine Vorhersage gemacht werden, ab welcher Stromstärke in welcher Höhe ein Sprite auftreten kann. Weiterhin soll eine Betrachtung der Zusammensetzung der Umgebungsluft durch die Berechnung chemischer Reaktionen ermöglicht werden. Zudem kann mithilfe dieses Modells bestimmt werden, ob die bei einem Sprite produzierten Elektronen einen leitfähigen Plasmakanal, einen sogenannten *Streamer*, erzeugen können.

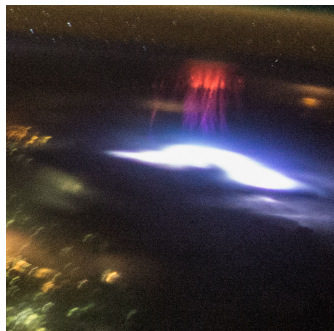


Abbildung 2.1: Sprite über Mexiko, aufgenommen von der ISS[5]. Die rote Struktur ist ein *red Sprite*, während der helle Fleck darunter ein Blitz ist.

2.1 Bisherige Arbeiten zu diesem Thema

Pasko et al.[17] haben eine Beschreibung der Entstehung eines Sprites basierend auf einem quasielektrostatischen Modell geliefert und ein dreidimensionales Modell aufgestellt und die optischen Emissionen beschrieben. Gordillo-Vázquez[7] sowie Sentman et al.[23] haben synthetische Pulse simuliert und chemische Reaktionen in einem Sprite, beziehungsweise Streamer, berechnet. Luque und Gordillo-Vázquez[12] haben eine nulldimensionale Gleichung hergeleitet, mit welcher die (reduzierte) elektrische Feldstärke berechnet werden kann. Dabei haben sie zusätzlich das assoziative Detachment der Elektronen von negativen Sauerstoffionen betrachtet, welches sich als relevant für elektrodynamische Prozesse in der oberen Atmosphäre erwiesen hat. Parra-Rojas et al.[16] haben mit der von Luque und Gordillo-Vázquez hergeleiteten Gleichungen Berechnungen für über 20 verschiedene chemische Stoffe und verschiedene Strommomente durchgeführt.

3 Theoretische Grundlagen

3.1 Einheit der elektrischen Feldstärke

Die elektrische Feldstärke wird, anders als üblich, nicht in V m^{-1} sondern als reduzierte elektrische Feldstärke $E^* = E/N$ in Townsend (Td) mit der Luftteilchendichte N angegeben, da in Gasen die kinetische Energie der Elektronen eine Funktion von E/N ist. Die Definition des Townsend ist

$$1 \text{ Td} = 10^{-21} \text{ V m}^{-2} \quad (3.1)$$

Die reduzierte elektrische Feldstärke ist dadurch an die Luftdichte gekoppelt. Mittels des elektrischen Feldes wird die Bewegung von Elektronen beschrieben, welche zusätzlich noch von der Luftdichte abhängt. Eine bestimmte elektrische Feldstärke bewirkt in großer Höhe und damit geringerer Luftdichte und der größeren freien Weglänge eine größere mittlere kinetische Energie der Elektronen als am Boden, was sich in der reduzierten elektrischen Feldstärke widerspiegelt. Dadurch kann ein Wert für die Wirkung des elektrischen Feldstärke unabhängig von der Luftdichte und Höhe angegeben werden.

3.2 Kontinuitäts- und Poissongleichung

Die grundlegenden Gleichungen dieses Modells sind die *Kontinuitätsgleichung* und die *Poisson-Gleichung*. Die Kontinuitätsgleichung besagt, dass Ladung weder erzeugt noch vernichtet werden kann. Sie formuliert also eine *Ladungserhaltung*. Hergeleitet werden kann sie mittels des *Gaußschen Satzes* der Vektoranalysis

$$\oint_{S(V)} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_V \nabla \cdot \vec{E}(r) d^3r \quad (3.2)$$

3 Theoretische Grundlagen

Dabei ist \vec{E} ein differenzierbares Vektorfeld, V ein Volumen mit geschlossener Oberfläche $S(V)$. Sei nun das Vektorfeld \vec{E} die Stromdichte \vec{j} . Dann ist $\oint_{S(V)} \vec{j} \cdot d\vec{A}$ der Strom, welcher durch die Oberfläche $S(V)$ fließt. Zusätzlich gilt mit der Ladungsdichte pro Volumen ρ

$$\int_V \rho d^3r = Q \quad (3.3)$$

wobei Q die Gesamtladung des Volumens ist. Nun ist die negative zeitliche Ableitung von (3.3) gleich dem obigen Oberflächenintegral, weswegen gelten muss

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t} \rho d^3r + \oint_{S(V)} \vec{j} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (3.4)$$

Anwenden des Gaußsches Satzes liefert

$$\int_V \left(\frac{\partial}{\partial t} \rho + \nabla \cdot \vec{j} \right) d^3r = 0 \quad (3.5)$$

Damit diese Gleichung für allgemeine Volumina erfüllt ist, muss der Integrand 0 sein, also gilt

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho + \nabla \cdot \vec{j} = 0 \quad (3.6)$$

was als *Kontinuitätsgleichung* bezeichnet wird[14].

Die Poisson-Gleichung ist eine inhomogene partielle Differentialgleichung zweiter Ordnung von der Form

$$\Delta \Phi = -h \quad (3.7)$$

Wobei $\Phi = \Phi(x_1, \dots, x_n)$ und $h = h(x_1, \dots, x_n)$ skalare Funktionen und Δ der Laplace-Operator sind. Physikalisch ist die Funktion Φ ein Potential. Der Laplace-Operator hat abhängig vom gewählten Koordinatensystem eine andere Gestalt. So ist er in kartesischen Koordinaten $\Delta_{cart} = \sum_i^n \frac{\partial^2}{\partial x_i^2}$ mit der Anzahl der Dimensionen n , in Zylinderkoordinaten hingegen $\Delta_{zyl} \Phi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}$, dabei ist φ der Azimut. Die Poisson-Gleichung ist beispielsweise in der Elektrostatik anzutreffen, wo mit ihr das

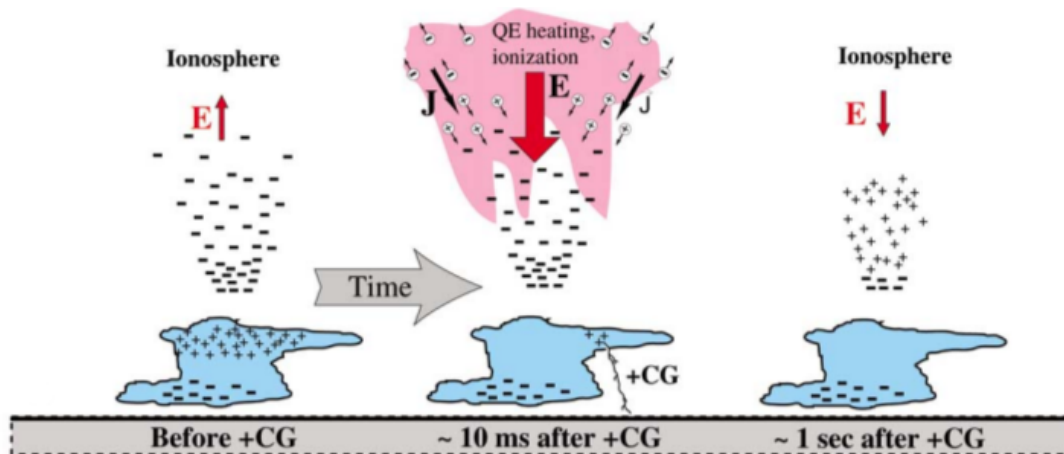


Abbildung 3.1: Grafische Darstellung von der Entstehung eines Sprites[17].

elektrische Potential beschrieben wird. Es gilt

$$\Delta\Phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (3.8)$$

Über die Beziehung $-\nabla\Phi(r) = \vec{E}(r)$ lässt sich das elektrische Feld berechnen.

3.3 Gewitter und Sprites

In einer Gewitterwolke sind die Ladungen räumlich getrennt. Durch Aufwinde innerhalb der Wolke werden Eiskristalle nach oben getragen und sinken wieder ab. Dadurch werden die Eiskristalle elektrostatisch aufgeladen und erzeugen eine elektrische Spannung innerhalb der Wolke. So befinden sich die positiven Ladungsträger im oberen Teil der Wolke, während die negativen Ladungsträger näher am Boden sind. Ein Negativblitz (-CG) erreicht Stromstärken bis zu 20kA. Ein Positivblitz (+CG) hingegen hat eine Stromstärke von bis zu 300kA[13]. Zusätzlich existiert eine mehrere Millisekunden andauernde Entladung, der sogenannte Stromschwanz, welcher eine Stromstärke von bis zu 1000A hat. Durch die endliche Leitfähigkeit der Atmosphäre wird die Luft oberhalb der Gewitterwolke von der Ladung abgeschirmt. Dadurch gibt es keinen elektrischen Durchbruch in der Mesosphäre. Erst durch einen Blitz wird beispielsweise die positive Ladung aus der Wolke entfernt (Siehe Abbildung 3.1). Eine gedachte negative Ladung tritt unmittelbar nach der Entladung die Stelle der entfernten positiven Ladung. Dadurch können die von oben an die Wolke gebundenen Ladungen in höhere

Schichten ausweichen. Es entsteht über der Wolke ein elektrostatisches Feld. Dieses elektrostatische Feld sorgt für eine Beschleunigung der in der Mesosphäre freien Elektronen, was als quasi-elektrostatische Erhitzung der Elektronen bezeichnet wird. Der Ausdruck *Erhitzung* kommt daher, dass die Elektronentemperatur proportional zur kinetischen Energie der Elektronen ist. In diesem Fall werden die elektromagnetischen Effekte, welche durch bewegte Ladungsträger auftreten, nicht berücksichtigt (Quasi-elektrostatischer Fall), da die magnetischen Effekte unter einer Höhe von 80 km vernachlässigbar klein sind[3]. Ist nun das erzeugte elektrostatische Feld stärker als die lokale Durchbruchfeldstärke $E_{breakdown}$, entsteht ein Sprite. Es werden freie Elektronen beschleunigt und es gibt eine Stoßanregung beziehungsweise Stoßionisation an Stickstoff- und Sauerstoffmolekülen. Dadurch werden die Stickstoffmoleküle zu optischen Emissionen im ersten positiven Band angeregt, was zu der roten Farbe der Sprites führt[9].

Berechnung der elektrischen Feldstärke über Gewitterwolken Wenn ein Blitz freigesetzt wird, wird in der Mesosphäre ein elektrisches Feld erzeugt, welches durch

$$E_p = \frac{hQ}{\pi}(z_0^{-3} + z_1^{-3}) \quad (3.9)$$

beschrieben wird. Dabei wird von einem Dipol ausgegangen, welcher durch die Ladung der Wolke und der entsprechenden Spiegelladung erzeugt wird. Der elektrische Dipol ist in diesem Fall das System *Wolke - Erdboden*. Dabei wird angenommen, dass im Erdboden eine der Wolkenladung entgegengesetzte Spiegelladung erzeugt wird. h ist damit die Höhe der Wolke über dem Erdboden. Die bekannte Formel für das elektrische Feld eines Dipols ist

$$E_{\parallel} = \frac{Qd}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{3\cos^2\vartheta - 1}{r^3} \quad (3.10)$$

$$(3.11)$$

Weiterhin gibt es einen Teil des elektrischen Feldes, der senkrecht zur Dipolachse verläuft, allerdings werden hier nur die Auswirkungen des Feldes parallel zur Dipolachse betrachtet. Sei nun $\vartheta = 0$, die Permittivität von Luft $\epsilon_r = 1$, und der Abstand der

3 Theoretische Grundlagen

Ladungen $d = 2h$, so gilt für das Feld

$$E_p = \frac{Qh}{\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^3} \quad (3.12)$$

Dabei ist r der Abstand zum Dipol. Das Feld zwischen den Höhen z_0 und z_1 sei homogen. Somit gilt

$$E_p = \frac{hQ}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{z_0^3} + \frac{1}{z_1^3} \right) \quad (3.13)$$

Die Ableitung nach der Zeit liefert

$$\frac{\partial E_p}{\partial t} = \frac{hI}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{z_0^3} + \frac{1}{z_1^3} \right) \quad (3.14)$$

hI ist das *Strommoment*. Durch eine hohe Leitfähigkeit der Ionosphäre erhält man eine weitere Spiegelladung innerhalb der Ionosphäre. Dadurch ergibt sich ein Faktor 2 im elektrischen Feld[12][6]. Damit folgt für die Stromdichte

$$J_T(t) = \frac{hI(t)}{\pi} \left(\frac{1}{z_0^3} + \frac{1}{z_1^3} \right) \quad (3.15)$$

Für die Beschreibung der elektrischen Feldstärke werden die Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot (\sigma \vec{E}) \quad (3.16)$$

und die Poisson-Gleichung

$$\rho = \epsilon_0 \nabla \cdot \vec{E} \quad (3.17)$$

benötigt. Dabei ist ρ die Ladungsdichte und σ die elektrische Leitfähigkeit der Luft. Ableiten der Poisson-Gleichung nach der Zeit liefert

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \epsilon_0 \nabla \cdot \vec{E} \quad (3.18)$$

Nun werden die Gleichungen (3.16) und (3.18) gleichgesetzt und eine planare Symmetrie vorausgesetzt

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\epsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t} + \sigma E_z \right) = 0 \quad (3.19)$$

Der linke Teil der Gleichung wird dabei als Ableitung der totalen Stromdichte J_T betrachtet. Integriert man über die Höhe z und stellt die Gleichung um, erhält man[12]

$$\epsilon_0 \frac{d}{dt} E_z = -\sigma E_z + J_T \quad (3.20)$$

Diese Gleichung entspricht der von Luque und Gordillo-Vázquez und bildet die Grundlage des für diese Arbeit entwickelten Modells. Mit ihr wird die reduzierte elektrische Feldstärke berechnet.

3.4 Streamer

Ein Streamer ist ein leitfähiger Kanal aus Plasma, welcher durch eine hohe Elektronendichte an einem bestimmten Punkt entstehen kann[6]. Für Entstehung eines Streamers sind die Bedingungen $\tau_\sigma > \tau_a$ und $\tau_\sigma > t_s$ zu erfüllen. Dabei ist $\tau_a = v_{amax}^{-1}$ die charakteristische Attachmentzeit mit dem Maximum der Attachmentfrequenz v_{amax} . Das Attachment ist eine Senke für Elektronen, welche von Sauerstoffmolekülen eingefangen werden. $\tau_\sigma = \frac{\epsilon_0}{\sigma}$ ist die dielektrische Relaxationszeit mit der Leitfähigkeit σ . Sie ist ein Maß dafür, wie schnell das erzeugte elektrische Feld abgebaut wird. t_s ist die Zeit, welche notwendig ist, damit Elektronen einen Streamer erzeugen. Dabei gilt

$$t_s(v_i, v_a, r_s) = \frac{1}{v_i(E^*) - v_a(E^*)} \cdot \ln \left(4\pi\epsilon_0 r_s(h)^2 \frac{E_{breakdown}}{e} \right) \quad (3.21)$$

mit der Ionisationsfrequenz v_i , dem Streamerradius r_s , der Durchbruchfeldstärke $E_{breakdown}$ und der Elementarladung e . Folglich muss für einen Streamer also eine hohe Ionisation der Luft vorliegen, was bei hohen reduzierten elektrischen Feldstärken der Fall ist, da nur so die Bildungsdauer eines Streamers klein wird[18].

3.5 Numerische Verfahren zur Lösung eindimensionaler gewöhnlicher Differentialgleichungen

Eine eindimensionale gewöhnliche Differentialgleichung (ODE) ist eine Gleichung der Form

$$\dot{x} = f(t, x) \quad (3.22)$$

wobei \dot{x} die erste Ableitung von x ist. Die in dieser Arbeit interessanten ODEs sind sogenannte *Anfangswertprobleme*, welche zusätzlich durch einen Startwert

$$x(t) = x_0 \quad (3.23)$$

charakterisiert werden. Während eine (allgemeine) analytische Lösung auch ohne Anfangswert angegeben werden kann, ist für eine numerische Lösung ein Anfangswert unerlässlich, da nur so eine eindeutige spezielle Lösung bestimmt werden kann. Beispiele für derartige Verfahren sind das *explizite Euler-Verfahren*, das *Runge-Kutta-Verfahren zweiter Ordnung* und das *Runge-Kutta-Verfahren vierter Ordnung* (*klassisches Runge-Kutta-Verfahren*). Alle Verfahren haben gemein, dass die Differentialgleichung in eine Differenzengleichung umgewandelt werden muss. Exemplarisch sei dies am Euler-Verfahren gezeigt. Die Differenzengleichung ist

$$\frac{x_{n+1} - x_n}{\Delta t} = f(t, x_n) \quad (3.24)$$

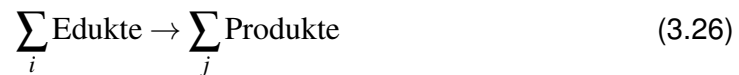
Umstellen nach x_{n+1} liefert die Rechenvorschrift

$$x_{n+1} = x_n + \Delta t \cdot f(t, x_n) \quad (3.25)$$

Diese Formel kann nun iterativ gelöst werden. Während das Euler-Verfahren einfach herzuleiten ist, sind die Runge-Kutta-Verfahren höherer Ordnung zwar aufwändiger zu berechnen, liefern aber Ergebnisse, welche näher an der korrekten Lösung sind. Die Rechenvorschrift für das Runge-Kutta-Verfahren vierter Ordnung wird im Abschnitt *Methode* näher beschrieben.

3.6 Chemische Reaktionen

Das erstellte Modell muss für die Berechnung des reduzierten elektrischen Feldes chemische Vorgänge berücksichtigen. Basierend auf chemischen Reaktionsgleichungen können Ratengleichungen formuliert werden, welche die Konzentrationen der einzelnen Stoffe angeben. Für eine Reaktionsgleichung der Form



ergibt sich die Ratengleichung

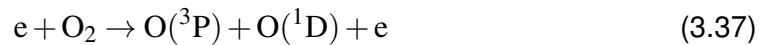
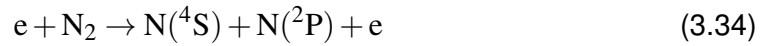
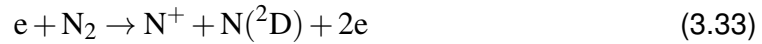
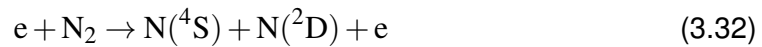
$$\frac{d}{dt}[\text{X}] = \pm k(E/N) \prod_i [\text{Edukt}]_i \quad (3.27)$$

Dabei ist der $k(E/N)$ der Ratenkoeffizient der Reaktion in Abhängigkeit von der reduzierten elektrischen Feldstärke und $[\text{X}]$ die Konzentration des Stoffes X. Aus $k_X(E/N)[\text{X}]$ erhält man die entsprechenden Ionisations- und Attachmentfrequenzen ν_X . Die Ratenkoeffizienten werden mittels BOLSIG+ berechnet, welcher die Boltzmann-Gleichung numerisch löst[8]. Weiterhin werden von Pasko et al. sowie Borisov et al. und Sentman et al. Interpolationsformeln angegeben, mit welchen die Ratenkoeffizienten bestimmt werden können. Die Interpolationsformeln sind im Anhang angegeben.

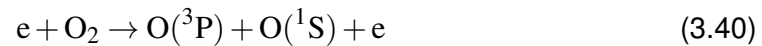
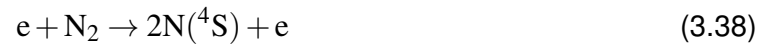
Folgende Reaktionen werden in dem Modell betrachtet:



Zusätzlich werden im Modelllauf mit den BOLSIG-Koeffizienten folgenden Reaktionen betrachtet



Für die Läufe mit den Borisov/Sentman-Koeffizienten werden folgende Reaktionen zusätzlich ausgeführt



Dabei werden nur diese Reaktionen berücksichtigt, da Sauerstoff O_2 und N_2 die Hauptbestandteile der Atmosphäre sind.

3.7 Boltzmann-Gleichung

Mittels der Boltzmann-Gleichung lassen sich durch die Wirkungsquerschnitte bei unterschiedlichen Feldstärken die Ratenkoeffizienten verschiedener chemischer Reaktionen bestimmen. Die Boltzmann-Gleichung ist

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla f - \frac{e}{m} \vec{E} \cdot \nabla_{\vec{v}} f = C[f] \quad (3.42)$$

Dabei ist f die Verteilungsfunktion der Elektronen, \vec{v} die Geschwindigkeit der Elektronen, \vec{E} die elektrische Feldstärke, e die Elementarladung, m die Masse der Teilchen und $C[f]$ die Änderung der Verteilungsfunktion durch Stöße. Für diese Arbeit ist die

3 Theoretische Grundlagen

Berechnung der Ratenkoeffizienten wichtig. Diese geschehen in BOLSIG+ mittels

$$k_k = \sqrt{\frac{2e}{m_e}} \int_0^\infty \varepsilon \sigma_k F_0 d\varepsilon \quad (3.43)$$

k_k ist der Ratenkoeffizient für das Teilchen k , σ_k ist der dazu gehörige Wirkungsquerschnitt. F_0 ist die Energieverteilung und ε die Elektronenenergie in eV. Zwischen F_0 und f besteht der Zusammenhang

$$f_0(\varepsilon, z, t) = \sqrt{\frac{m}{8\pi^2 e}} F_0(\varepsilon) n(z, t) \quad (3.44)$$

Dabei ist $f_0(\varepsilon, z, t)$ der isotrope Teil von f . Für die Berechnung werden Ergebnisse der Arbeiten von Lawton und Phelps[19][11] sowie Phelps und Pitchford[20] und der SIGLO Datenbank[24] verwendet.

4 Methode

4.1 Beschreibung des Modells

In diesem Teil wird das für diese Arbeit entwickelte Modell vorgestellt. Das Modell ist ein in FORTRAN geschriebenes, sogenanntes Box-Modell. Dabei wird jede Einheit, aus der sich später das gesamte Ergebnis zusammensetzt (eine *Box*) einzeln betrachtet. Es gibt keine Interaktion, wie beispielsweise Transport, zwischen den Boxen.

4.1.1 Differentialgleichungen

Im Modell werden die unten stehenden Differentialgleichungen gelöst. Dabei bedeutet bei den Indizes *a* Attachment, *i* Ionisation, *d* Detachment, *Diss* Dissoziation und *DIon* dissoziative Ionisation.

Elektronenchemie

$$\frac{dE^*}{dt} = -\frac{e[e]\mu(E^*, z)}{\epsilon_0} E^* + \frac{J_T}{N\epsilon_0} \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{d[e]}{dt} = & k_{dO_2} [N_2][O^-] \\ & + (k_{DIon_{N_2 \rightarrow N(2D)}} + k_{DIon_{N_2 \rightarrow N(4S)}} + k_{iN_2}) [e][N_2] \\ & + (k_{DIon_{O_2 \rightarrow O(1S)}} + k_{DIon_{O_2 \rightarrow O(3P)}} + k_{iO_2} - k_{aO_2}) [e][O_2] \end{aligned} \quad (4.2)$$

Stickstoffchemie

$$\frac{d[\text{N}_2]}{dt} = -(k_{i\text{N}_2} + k_{\text{Diss}_{\text{N}_2 \rightarrow \text{N}(2\text{D})}} + k_{\text{DIon}_{\text{N}_2 \rightarrow \text{N}(2\text{D})}} + k_{\text{Diss}_{\text{N}_2 \rightarrow \text{N}(2\text{P})}} + k_{\text{DIon}_{\text{N}_2 \rightarrow \text{N}(4\text{S})}})[e][\text{N}_2] \quad (4.3)$$

$$\frac{d[\text{N}_2^+]}{dt} = k_{i\text{N}_2} [e][\text{N}_2] \quad (4.4)$$

$$\frac{d[\text{N}^+]}{dt} = (k_{\text{DIon}_{\text{N}_2 \rightarrow \text{N}(2\text{D})}} + k_{\text{DIon}_{\text{N}_2 \rightarrow \text{N}(4\text{S})}})[e][\text{N}_2] \quad (4.5)$$

$$\frac{d[\text{N}(4\text{S})]}{dt} = (k_{\text{Diss}_{\text{N}_2 \rightarrow \text{N}(2\text{D})}} + k_{\text{Diss}_{\text{N}_2 \rightarrow \text{N}(2\text{P})}} + k_{\text{DIon}_{\text{N}_2 \rightarrow \text{N}(2\text{D})}} + 2k_{\text{Diss}_{\text{N}_2 \rightarrow \text{N}(4\text{S})}})[e][\text{N}_2] \quad (4.6)$$

$$\frac{d[\text{N}(2\text{D})]}{dt} = (k_{\text{Diss}_{\text{N}_2 \rightarrow \text{N}(2\text{D})}} + k_{\text{DIon}_{\text{N}_2 \rightarrow \text{N}(2\text{D})}})[e][\text{N}_2] \quad (4.7)$$

$$\frac{d[\text{N}(2\text{P})]}{dt} = k_{\text{Diss}_{\text{N}_2 \rightarrow \text{N}(2\text{P})}} [e][\text{N}_2] \quad (4.8)$$

Sauerstoffchemie

$$\frac{d[\text{O}_2]}{dt} = -(k_{i\text{O}_2} + k_{a\text{O}_2} + k_{\text{Diss}_{\text{O}_2 \rightarrow \text{O}(1\text{D})}} + k_{\text{DIon}_{\text{O}_2 \rightarrow \text{O}(1\text{S})}})[e][\text{O}_2] \quad (4.9)$$

$$\frac{d[\text{O}_2^+]}{dt} = k_{i\text{O}_2} [e][\text{O}_2] \quad (4.10)$$

$$\frac{d[\text{O}^-]}{dt} = k_{a\text{O}_2} [e][\text{O}_2] - k_{d\text{O}_2} [\text{N}_2][\text{O}^-] \quad (4.11)$$

$$\frac{d[\text{O}^+]}{dt} = (k_{\text{DIon}_{\text{O}_2 \rightarrow \text{O}(3\text{P})}} + k_{\text{DIon}_{\text{O}_2 \rightarrow \text{O}(1\text{S})}})[e][\text{O}_2] \quad (4.12)$$

$$\frac{d[\text{O}(1\text{D})]}{dt} = k_{\text{Diss}_{\text{O}_2 \rightarrow \text{O}(1\text{D})}} [e][\text{O}_2] \quad (4.13)$$

$$\frac{d[\text{O}(3\text{P})]}{dt} = (2k_{\text{Diss}_{\text{O}_2 \rightarrow \text{O}(1\text{S})}} + k_{\text{DIon}_{\text{O}_2 \rightarrow \text{O}(3\text{P})}} + k_{\text{Diss}_{\text{O}_2 \rightarrow \text{O}(1\text{D})}})[e][\text{O}_2] \quad (4.14)$$

$$\frac{d[\text{O}(1\text{S})]}{dt} = k_{\text{Diss}_{\text{O}_2 \rightarrow \text{O}(1\text{S})}} [e][\text{O}_2] \quad (4.15)$$

Dabei ist E^* die reduzierte elektrische Feldstärke in V m^{-2} , $e = 1,602176565 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ die Elementarladung, $\epsilon_0 = 8,854187817 \cdot 10^{-12} \text{ A s V}^{-1} \text{ m}^{-1}$ die elektrische Feldkonstante, $[x]$ die Konzentration der Verbindung x in m^{-3} , $\mu(E^*, z)$ die Elektronenbeweglichkeit in $\text{A s}^2 \text{ kg}^{-1}$, J_T das eingepprägte Strommoment in A m^{-2} und $N = [\text{N}_2] + [\text{O}_2]$ die Luftdichte in m^{-3} . Über die elektrische Feldstärke sind die obigen Differentialgleichungen gekoppelt. Die Gleichungen werden daher in selbstkonsistenter Weise gelöst.

Die Gleichungen werden mit dem *klassischen Runge-Kutta Verfahren (rk4)* gelöst, welches ein vierstufiges Verfahren zu Lösung der Differentialgleichung ist. Die Rechenvorschrift ist [10]

$$x_{n+1} = x_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (4.16)$$

$$k_1 = \Delta t f(t_n, x_n) \quad (4.17)$$

$$k_2 = \Delta t f\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}, x_n + \frac{k_1}{2}\right) \quad (4.18)$$

$$k_3 = \Delta t f\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}, x_n + \frac{k_2}{2}\right) \quad (4.19)$$

$$k_4 = \Delta t f(t_n + \Delta t, x_n + k_3) \quad (4.20)$$

4.1.2 Stromdichte

Für die Stromdichte gilt

$$J_T(t) = \frac{\partial E_p}{\partial t} = \frac{hI(t)}{\pi} \left(\frac{1}{z_0^3} + \frac{1}{z_1^3} \right) \quad (4.21)$$

Dabei ist E_p das elektrische Feld zwischen den Höhen z_0 und z_1 , welches vom elektrischen Dipol $p = 2hQ$ erzeugt wird (Siehe Abschnitt 3, *Gewitter und Sprites*). J_T ist ein Dreiecksimpuls, welcher im Anschluss nach Ende des Dreieckspulses noch einen sogenannten *Stromschwanz* haben kann, welcher nur einen Bruchteil des Maximalwerts von J_T hat und nach maximal 0,1 s auf $J_T = 0$ gesetzt wird.

4.1.3 Elektrische Leitfähigkeit

Die elektrische Leitfähigkeit wird mit

$$\sigma = -[e]e\mu(E^*, z) \quad (4.22)$$

angegeben. Dabei ist $\mu(E^*, z)$ die Beweglichkeit der Elektronen. Für die Beweglichkeit werden zwei unterschiedliche Ansätze gemacht. Die Berechnungen mit den Koeffizienten nach BOLSIG+ und Borisov/Sentman werden mit der durch BOLSIG+ berechneten Mobilität durchgeführt. Pasko gibt eine Mobilität mittels einer Interpolationsformel an, welche im Anhang angegeben ist.

4.1.4 Ratenkoeffizienten

Die Ratenkoeffizienten werden mittels **BOLSIG+** berechnet. Dazu wird eine Atmosphäre mit der Zusammensetzung 78 : 21 : 1 von $[N_2] : [O_2] : [Ar]$ ausgewählt und die entsprechenden Reaktionen geladen. Durch Lösen der Boltzmann-Gleichung werden Ratenkoeffizienten in einem Bereich von $E_{min}^* = 0 \text{ Td}$ bis $E_{max}^* = 700 \text{ Td}$ bestimmt. Die Schrittweite beträgt $\Delta E^* = 3,5 \text{ Td}$. Die Koeffizienten werden im Modell eingelesen. Zwischen den einzelnen Werten wird bei Bedarf linear interpoliert. Die Elektronenbeweglichkeit wird ebenfalls mit **BOLSIG+** berechnet. Diese wird allerdings als $\mu \cdot N$ ausgegeben, sodass im Modell durch die Luftdichte geteilt wird. Auch die Mobilität ist nur an bestimmten Stellen berechnet und muss zwischen diesen Werten linear interpoliert werden.

4.1.5 Streamer

Dieses Modell ist nicht in der Lage, die Entwicklung von Streamern und ihren Verlauf zu berechnen. Allerdings lassen sich aus den Ergebnissen der elektrischen Leitfähigkeit σ , den Ionisations- und Attachmentfrequenzen ν_i und ν_a , der Durchbruchfeldstärke $E_{breakdown}$ in V m^{-1} zwei Ungleichungen herleiten, mit denen entschieden werden kann, ob ein Streamer entstehen kann oder nicht:

$$\epsilon_0 \frac{\nu_{amax}}{\sigma} > 1 \quad (4.23)$$

$$\frac{\sigma}{\epsilon_0(\nu_i - \nu_a)} \ln \left(4\pi\epsilon_0 r_s^2 \frac{E_{breakdown}}{e} \right) < 1 \quad (4.24)$$

Dabei ist r_s der Streamerradius. Der Streamerradius wird nicht durch das Modell berechnet, sondern ist durch eine Interpolationsformel gegeben [17]. Der Graph der Funktion ist in Abbildung (4.1) dargestellt.

4.2 Anfangsbedingungen des Box-Modells

Das Box-Modell erhält als Anfangsbedingungen die Elektronendichte und die Luftdichte. Dabei besteht die Luft aus Stickstoff und Sauerstoff. Die Elektronendichte wird mit den Formel

$$[e]_{init} = 4,9688 \cdot 10^7 e^{0,35 \cdot \left(\frac{z}{1000} - 84,2\right)} \quad (4.25)$$

4 Methode

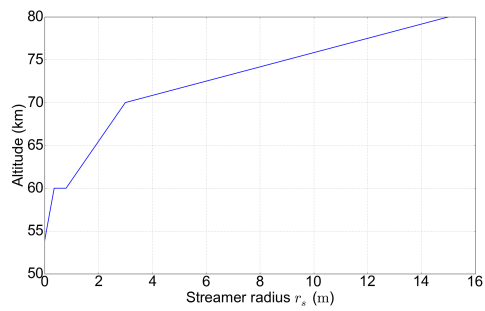


Abbildung 4.1: Streamerradius r_s in Abhängigkeit von der Höhe.

berechnet. Dabei ist z die Höhe in Metern. Die Elektronendichte wird in m^{-3} angegeben. Die Abbildungen (4.2) zeigen die Teilchendichten in Abhängigkeit von der Höhe.

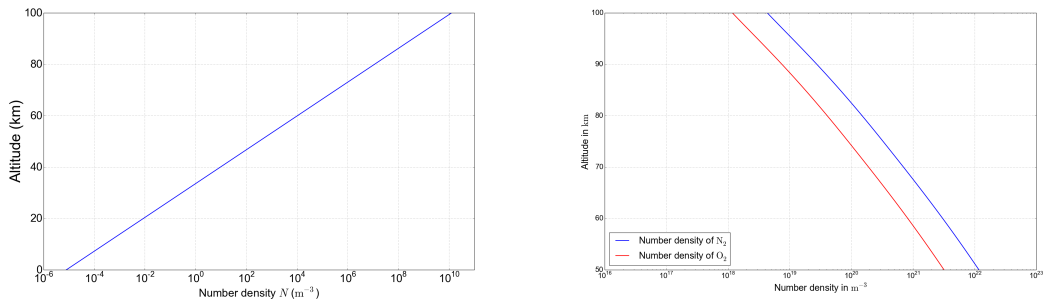


Abbildung 4.2: Elektronendichte (links) und Teilchendichten von Sauerstoff in rot und Stickstoff in blau[15] (rechts), jeweils gegen die Höhe aufgetragen.

5 Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse vorgestellt. Im ersten Abschnitt wird gezeigt, dass die gewählte numerische Methode verwertbare Ergebnisse liefert. Im zweiten Abschnitt wird die Berechnung mit konstanter reduzierter elektrischer Feldstärke durchgeführt, welche als Parameter in die Berechnungen eingeht (Synthetischer Puls). Im dritten Abschnitt werden Entladungen verschiedener Stärken simuliert, welche dann in das Modell eingehen. Darauf folgend werden die reduzierte elektrische Feldstärke sowie verschiedene Teilchendichten höhenaufgelöst berechnet.

5.1 Gültigkeit der numerischen Methode

Die Ratengleichungen der chemischen Reaktionen werden mittels eines Runge-Kutta Verfahrens gelöst. Die Korrektheit der Implementierung wird durch den Vergleich mit einer analytischen Lösung sichergestellt. Es werden konstante elektrische Feldstärken gewählt, welche sich über den gesamten simulierten Zeitraum nicht ändern. Dadurch vereinfacht sich die Gleichung für die Elektronendichte, da die Ratenkoeffizienten in diesem Fall konstant sind. Es werden nur die Reaktionen (3.28), (3.29) und (3.30) berücksichtigt und mit BOLSIG+ Koeffizienten gerechnet. Die Konzentrationen von O_2 und N_2 werden konstant gehalten. Daraus folgt als Gleichung

$$\frac{d}{dt}n_e(t) = n_e(t) \left(v_{ionO_2} + v_{ionN_2} - v_{attO_2} \right) \quad (5.1)$$

Diese Differentialgleichung ist mittels Exponentialansatz zu lösen, woraus

$$n_e(t) = n_e(t_0) \cdot e^{(v_{ionO_2} + v_{ionN_2} - v_{attO_2})t} \quad (5.2)$$

folgt. Der Vergleich dieser Lösung mit der durch das Verfahren *rk4* berechneten Lösung ist in der Abbildung (5.1) dargestellt. Abbildung (5.1) zeigt die Abweichung zwischen numerischer und analytischer Lösung bei verschiedenen Zeitschritten von $\Delta t = 10^{-8}$ s, $\Delta t = 10^{-7}$ s, $\Delta t = 10^{-6}$ s und konstanter reduzierter elektrischer Feldstärke von $E/N =$

5 Ergebnisse

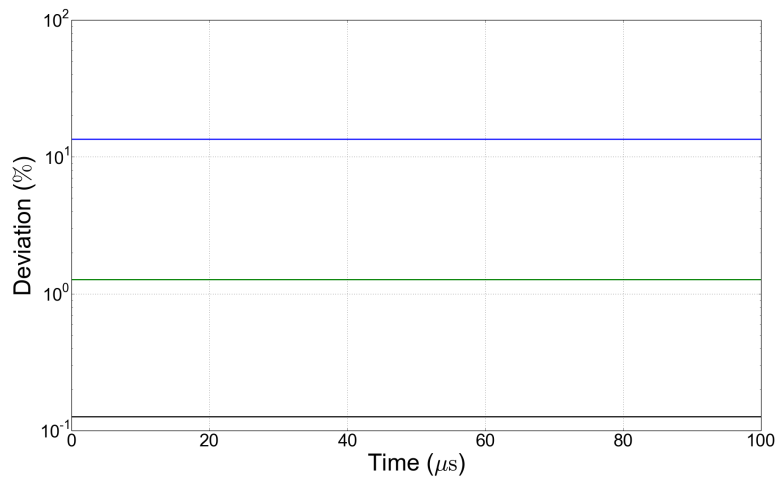


Abbildung 5.1: Vergleich zwischen numerischer Bestimmung der Lösung und analytischer Lösung. Dargestellt ist die Abweichung der numerischen Lösung zur analytischen Lösung für Schrittweiten von 10⁻⁶ s (blau), 10⁻⁷ s (grün), 10⁻⁸ s (schwarz).

200 Td. Dabei sind die Abweichungen bei kleinerem Zeitschritt geringer als bei größerem Zeitschritt, was zu erwarten war. Zu beachten ist, dass die Abweichung mit der Zeit trotz steigender Elektronendichten konstant bleibt. Als Zeitschritt wird für das Box-Modell $\Delta t = 10^{-6}$ s gewählt, da es einen guten Kompromiss zwischen Genauigkeit, Rechendauer und Speicherbedarf bietet.

5.2 Parameterstudie

Im folgenden Abschnitt werden erste Ergebnisse der Simulationen dargestellt. Die kritische reduzierte elektrische Feldstärke für einen Sprite wird abhängig vom verwendeten Parametersatz bestimmt. Zusätzlich wird ein Modelllauf mit einer konstanten reduzierten elektrischen Feldstärke durchgeführt.

5.2.1 Spriteentfaltung

Die Ratenkoeffizienten wurden den Publikationen von Pasko et al. und Borisov/Sentman et al. in Form von Interpolationsformeln entnommen. BOLSIG+ liefert Ratenkoeffizienten bei verschiedenen elektrischen Feldstärken. Die Ratenkoeffizienten zwischen

5 Ergebnisse

zwei gegebenen Ratenkoeffizienten werden mittels linearer Interpolation bestimmt. Da eine Spriteentfaltung bereits bei $< 200\text{Td}$ erwartet wird, wie es von Pasko et al. beschrieben wird, werden die Ratenkoeffizienten nur im Intervall $E/N = [0\text{Td}, 500\text{Td}]$ berechnet und dargestellt.

Ratenkoeffizienten nach BOLSIG+ In Abbildung (5.2) sind die Ratenkoeffizienten von BOLSIG+ in Abhängigkeit von der reduzierten elektrischen Feldstärke aufgetragen. Die Ratenkoeffizienten gehören zu den Reaktionsgleichungen (3.28), (3.29), (3.30) und (3.31). Aufgrund der halblogarithmischen Darstellung verschwinden die Ratenkoeffizienten für die Ionisation von N_2 , O_2 und dem Attachment von O_2 bei geringen Feldstärken, da in diesem Feldbereich die Koeffizienten gleich Null sind. Im Bereich geringer Feldstärken überwiegt beim Detachment von O_2 der Anteil des thermischen Detachments, weswegen der Ratenkoeffizient dort konstant ist. Ab ungefähr 100Td gibt es keine signifikante Erhöhung des Ratenkoeffizienten, sodass er ungefähr $10^{-18}\text{m}^3\text{s}^{-1}$ bei einer reduzierten elektrischen Feldstärke zwischen 100Td und 500Td beträgt. Das Attachment von Elektronen an O_2 überwiegt bei geringen Feldstärken die Ionisation. Bei Feldstärken zwischen 150Td und 500Td bleibt der Attachmentkoeffizient nahezu konstant und erreicht einen Wert von $k_{a\text{O}_2} \approx 8 \cdot 10^{-17}\text{m}^3\text{s}^{-1}$. Die Ionisationskoeffizienten steigen im Gegensatz zu dem Attachment- und dem Detachmentkoeffizienten bei steigender reduzierter elektrischer Feldstärke weiter an. Bei 500Td sind die Ionisation von N_2 und O_2 fast identisch. Bei geringeren Feldstärken überwiegt die Ionisation von O_2 . Ab einer reduzierten elektrischen Feldstärke von 139Td überwiegt die Ionisation von Sauerstoff das Attachment von Elektronen an Sauerstoff. Ab einer reduzierten elektrischen Feldstärke von 180Td ist das Attachment auch schwächer als die Ionisation von Stickstoffmolekülen. Auf Luft bezogen ist die kritische reduzierte elektrische Feldstärke für diesen Koeffizientensatz bei 117Td (vgl. Abbildung 5.7). Abbildung (5.3) zeigt die übrigen Ratenkoeffizienten, welche in die Simulation eingehen. Die Koeffizienten bewegen sich in der gleichen Größenordnung wie die Koeffizienten aus Abbildung (5.2). Die Koeffizienten für die dissoziative Ionisation nach den Reaktionsgleichungen (3.33) und (3.35) sind identisch. Im Bereich niedriger Feldstärken um 30Td zeigen die beiden Koeffizienten, welche die Sauerstoffreaktionen beschreiben, ein besonderes Verhalten, indem sie erst stark ansteigen und wieder abfallen. Im Bereich der Spriteentfaltung von $\approx 120\text{Td}$ sind die Koeffizienten der dissoziativen Ionisation bei $\approx 10^{-18}\text{m}^3\text{s}^{-1}$ und $\approx 10^{-21}\text{m}^3\text{s}^{-1}$, wobei die dissoziative Ionisation von Sauerstoff stärker ist als die von Stickstoff. Damit sind sie kleiner als das Attachment

5 Ergebnisse

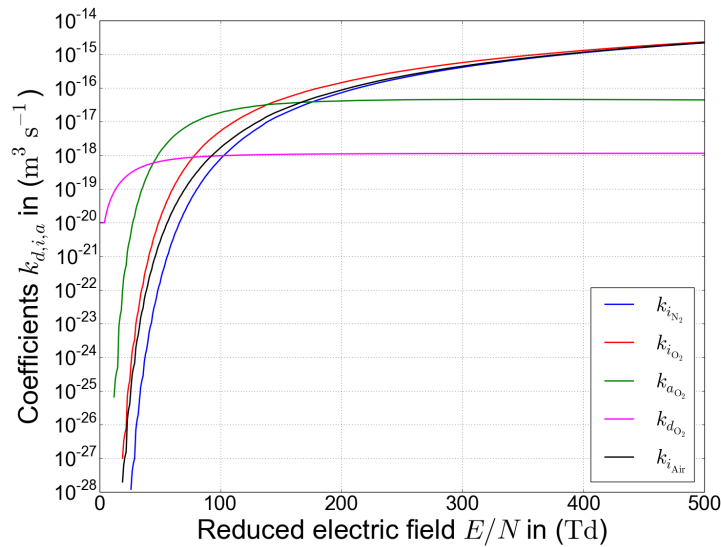


Abbildung 5.2: Ratenkoeffizienten nach BOLSIG+. Dargestellt sind die Koeffizienten, welche den größten Einfluss auf die Elektronendichte und das reduzierte elektrische Feld haben. Für das Detachment wird hier die Formel (9.2) angenommen. Bei geringen Feldstärken überwiegt das thermische Detachment (9.1).

von Elektronen an Sauerstoff. Bei reduzierten Feldstärken von 500 Td erreichen die Ratenkoeffizienten der dissoziativen Ionisation Werte von $\approx 10^{-16} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$, was eine Größenordnung über den Koeffizienten für die reine Ionisation ist. Die rein dissoziativen Prozesse ohne Elektronenproduktion sind wie erwartet stärker als die dissoziativen Ionisation.

Ratenkoeffizienten nach Borisov Abbildung (5.4) zeigt den Verlauf der Ratenkoeffizienten nach Borisov bei steigender reduzierter elektrischer Feldstärke. Das Detachment ist identisch mit dem aus Abbildung (5.2). Das Attachment hat bei einer Feldstärke von 80 Td eine Unstetigkeit. Wie bei den Koeffizienten nach BOLSIG+ ist auch hier die Ionisation von Sauerstoff bei niedrigen reduzierten elektrischen Feldstärken größer als die Ionisation von Stickstoff. Ab 175 Td ist die Ionisation von Stickstoff stärker. Die Ionisationskoeffizienten steigen mit steigender reduzierter elektrischer Feldstärke stärker an als das Attachment der Elektronen an Sauerstoff. Bei den Ratenkoeffizienten nach Borisov ist bereits ab 93 Td ein Spritze möglich, was ein überraschend geringer Wert ist (vgl. Abbildung 5.7). Die weiteren dissoziativen Prozesse werden nach Interpolations-

5 Ergebnisse

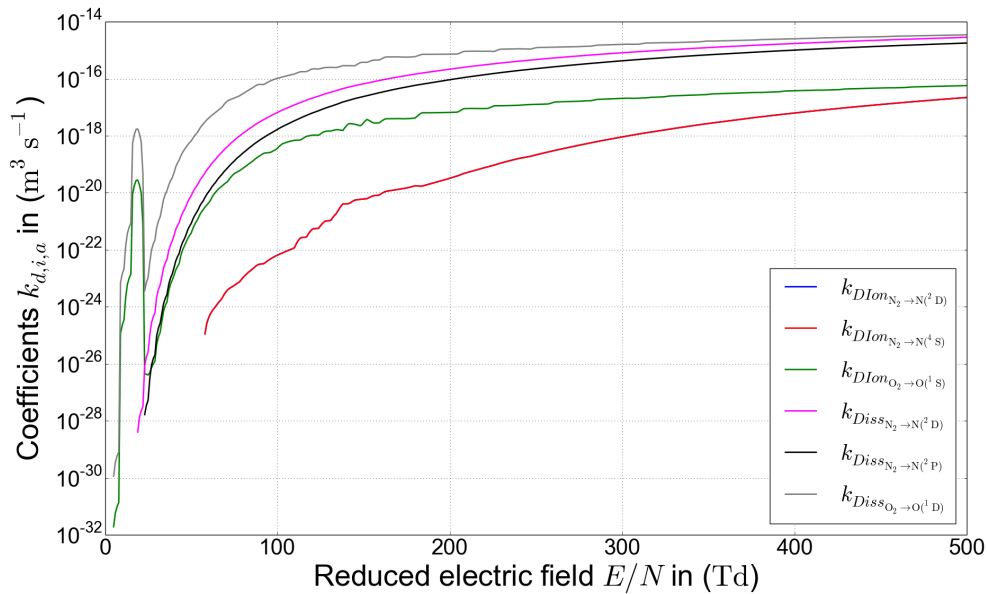


Abbildung 5.3: Ratenkoeffizienten dissoziativer Reaktion nach BOLSIG+. Die dissoziativen Ionisationen von Stickstoff haben einen identischen Ratenkoeffizienten. Bei den dissoziativen Prozessen ohne Ionisation entsteht neben den angegebenen Stickstoffatomen auch $N(^4S)$.

formeln von Sentman et al.[23] berechnet, da Sentman et al. für die Ionisation und das Attachment die Interpolationsformeln von Borisov et al. übernimmt. Die Koeffizienten sind in Abbildung (5.5) dargestellt. Die dissoziativen Prozesse für Sauerstoff erreichen bei 100 Td Werte von $\approx 10^{-21} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ und zeigen danach nur noch einen schwachen Anstieg auf $10^{-20} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$. Für Stickstoff sind die Ratenkoeffizienten unter 76 Td gleich Null und zeigen danach einen ähnlichen Verlauf wie die Ratenkoeffizienten des Sauerstoffs. Die Ratenkoeffizienten der dissoziativen Ionisation sind wieder schwächer als die Ratenkoeffizienten der Dissoziation. Bei 100 Td ist der Ratenkoeffizient von Sauerstoff bei $\approx 10^{-30} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$, der von Stickstoff bei $\approx 10^{-34} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$. Bis 500 Td erreichen beide Werte in der Größenordnung von $10^{-23} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$. Dadurch, dass diese Koeffizienten um mehrere Größenordnungen kleiner als die aus Abbildung (5.4), ist zu erwarten, dass es von diesen Reaktionen keinen großen Einfluss auf die chemische Zusammensetzungen und die Spriteinfachung gibt.

Ratenkoeffizienten nach Pasko In Abbildung (5.6) sind die Ratenkoeffizienten nach Pasko dargestellt. Bei Pasko wird nur ein auf Luft bezogener Ionisationskoeffizient an-

5 Ergebnisse

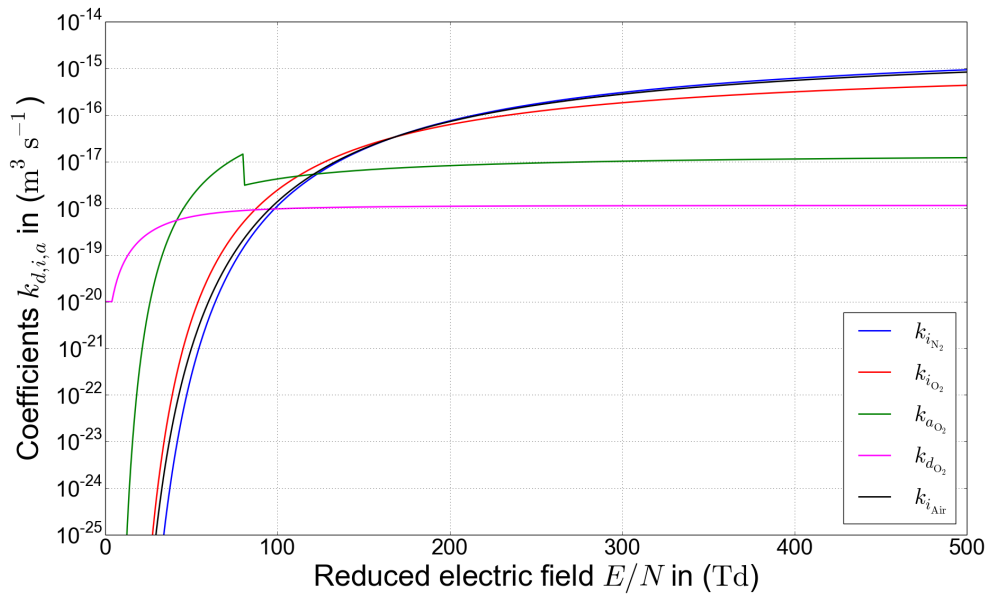


Abbildung 5.4: Ratenkoeffizienten nach Borisov et al. Für das Detachment wird hier die Formel (9.2) angenommen.

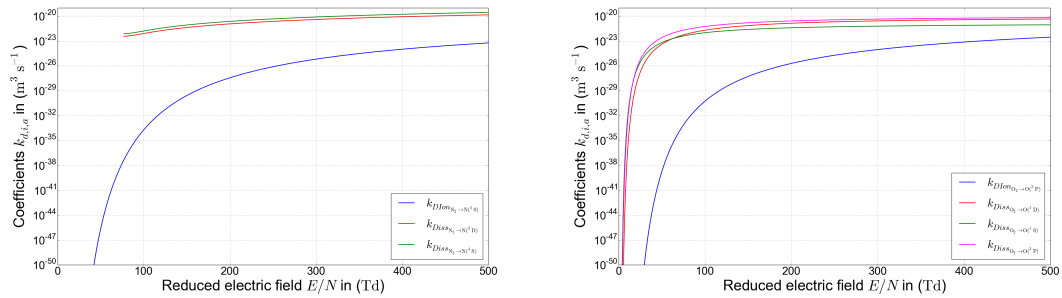


Abbildung 5.5: Ratenkoeffizienten nach Sentman et al.

gegeben, weswegen im Folgenden keine genauere Betrachtung der chemischen Zusammensetzung stattfindet. Das Detachment von O^- wird wieder angegeben, auch wenn es nicht bei Pasko auftritt. Für das Attachment wurde wieder eine abschnittsweise definierte Interpolationsfunktion angegeben, weswegen bei 60 Td ein *Knick* zu sehen ist. Nach 160 Td ist das Attachment wieder gleich Null. Ab 138 Td kann ein Sprite entstehen. Da nur wenige Reaktionen angegeben werden, ist eine Betrachtung der chemischen Zusammensetzung der Atmosphäre nach einer elektrischen Entladung nicht sinnvoll. Durch die Vernachlässigung des Attachments bei höheren reduzierten

5 Ergebnisse

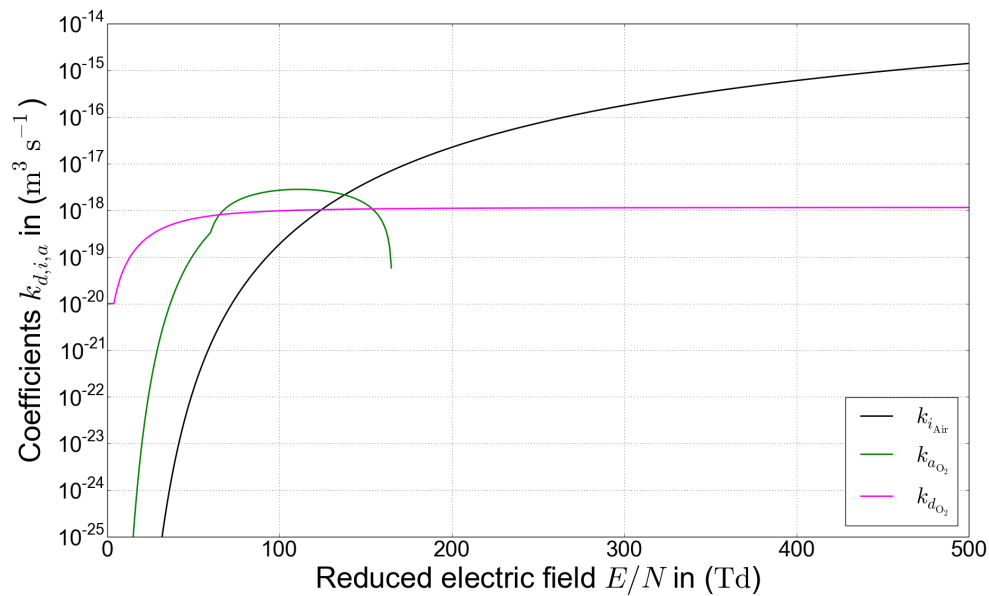


Abbildung 5.6: Halblogarithmische Darstellung der Ratenkoeffizienten nach Pasko. Zusätzlich zu den von Pasko angegebenen Koeffizienten wird noch als Vergleich das Detachment nach Formel (9.2) dargestellt.

elektrischen Feldstärken, muss man bei der Verwendung dieses Koeffizientensatzes aufpassen, dass der Strom nicht zu hoch angesetzt wird, da keine aussagekräftigen Ergebnisse zu erwarten sind.

In Abbildung (5.7) sind die einzelnen Parameter für das Attachment an Sauerstoff und die Ionisation von Luft dargestellt. Diese Darstellung verdeutlicht die unterschiedlichen kritischen reduzierten Feldstärken pro Parametersatz. Erst wenn die Differenz $k_{i,Air} - k_{a,Air}$ größer als Null wird, ist ein Sprite möglich.

5 Ergebnisse

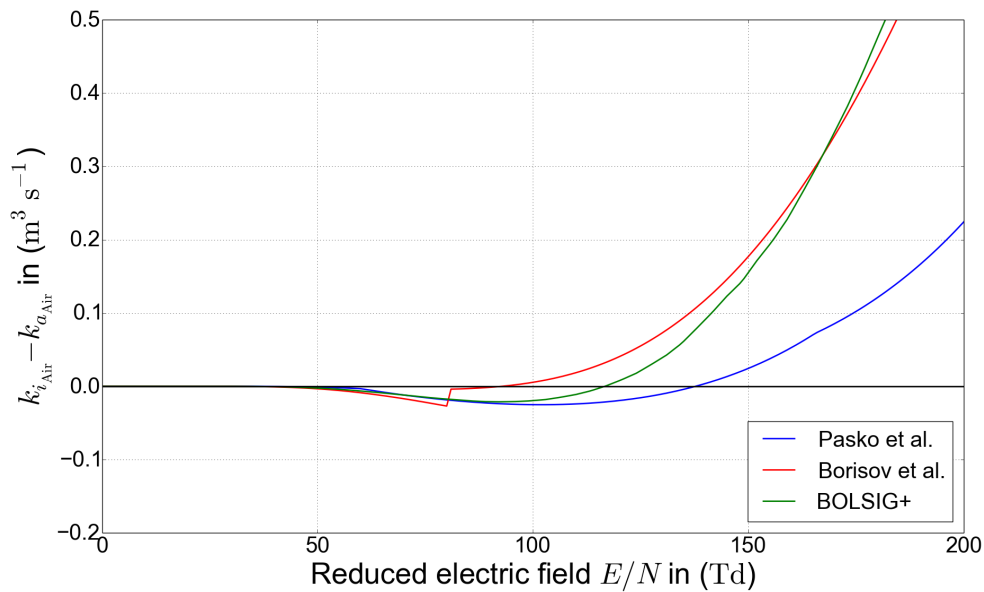


Abbildung 5.7: Grafische Darstellung der kritischen reduzierten elektrischen Feldstärken mit den Parametern nach Pasko et al. (blau), Borisov et al. (rot) und BOLSIG+ (grün). Die schwarze Linie bei $k_{i,Air} - k_{a,Air} = 0$ dient der Orientierung. Sobald eine der Kurven im positiven Bereich ist, ist theoretisch ein Sprite möglich. Ob ein Sprite wirklich entsteht, hängt auch von der vorhandenen Elektronendichte ab.

5.2.2 Synthetischer Puls

Es wird ein synthetischer Puls erzeugt. Das bedeutet, dass eine bestimmte reduzierte elektrische Feldstärke vorgegeben wurde. Daraus lässt sich das zu erwartende Verhalten des Systems beobachten, ohne viel Rechenzeit in Anspruch zu nehmen. Es wird eine reduzierte elektrische Feldstärke von 400 Td gewählt, die als Rechteckimpuls in das System gebracht wird. Bis zu einer Dauer von $5 \cdot 10^{-7}$ s war die reduzierte elektrische Feldstärke bei $E^* = 400$ Td, danach bei $E^* = 0$ Td. Diese Konfiguration entspricht der von Gordillo-Vázquez[7]. Abbildung (5.8) stellt den zeitlichen Verlauf der Elektronenkonzentration dar. Die Simulation wurde bis zum Zeitpunkt 10^{-6} s durchgeführt. Die Elektronenkonzentrationen steigen wie erwartet exponentiell an, und bleibt danach konstant, da keine Abbaureaktionen bei $E^* = 0$ Td implementiert sind. Es fällt auf, dass die Elektronendichten stark mit den verwendeten Ratenkoeffizienten variieren. Die Ratenkoeffizienten von BOLSIG sind bei 400 Td in der Größenordnung von 10^{-14} m^{-3} , während Pasko und Borisov/Sentman in einer Größenordnung von 10^{-15} m^{-3} sind.

5 Ergebnisse

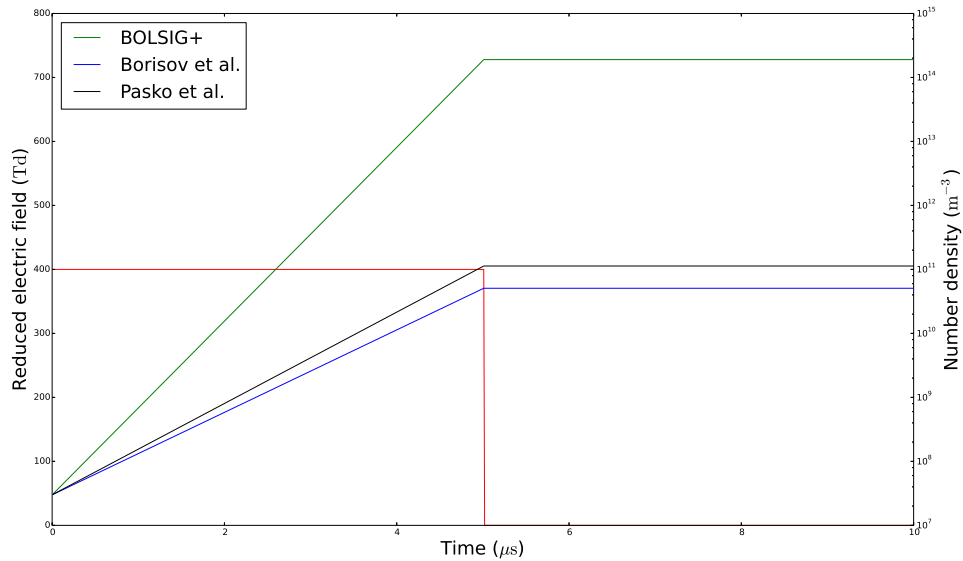


Abbildung 5.8: Elektronendichten bei 400Td. In Rot ist der zeitliche Verlauf der elektrischen Feldstärke dargestellt. Die Elektronendichten sind halblogarithmisch aufgetragen, um eine bessere Vergleichbarkeit herzustellen. Deutlich sichtbar ist der große Unterschied zwischen den Dichten mit BOLSIG-Koeffizienten berechnet, und den Dichten, welche mit den anderen Koeffizienten berechnet wurden.

Bei einem exponentiellen Wachstum bedeutet dies im Ergebnis einen zusätzlichen Faktor von ungefähr $e^{10} \approx 2,2 \cdot 10^4$, welcher in der Elektronendichte auch zu beobachten ist. Gordillo-Vázquez benutzt für die Simulation die Parameter nach BOLSIG+. Ein Vergleich zeigt, die Elektronendichte dieser Rechnung mit den Parametern nach BOLSIG+ ähnlich zu der von Gordillo-Vázquez, während Gordillo-Vázquez allerdings mehr chemische Reaktionen in sein Modell einfließen lässt als es im Rahmen dieser Arbeit geschieht. Durch den Vergleich lässt sich allerdings bestätigen, dass auch die geringer Anzahl an Reaktionen in diesem Szenario zu einem verwertbaren Ergebnis führt, da auf den kurzen Zeitskalen beispielsweise ionenchemische Reaktionen noch keinen großen Einfluss haben.

5.3 Box-Modell

Im Folgenden wird das Modell mit verschiedenen Parametern berechnet. Die wichtigste Eingangsgröße ist das Strommoment, welches die weiteren Reaktionen auslöst. Der Stromschwanz (eng. Continuous current) kann mit einer bestimmten Stromstärke angegeben werden. Ohne Stromschwanz entspricht dies einer negativen Cloud-to-Ground Entladung (-CG), mit Stromschwanz einer positiven Cloud-to-Ground Entladung (+CG) mit einem fortgesetzten Strommoment. Das fortgesetzte Strommoment wird bei jeder (+CG) Entladung auf 10kA km festgelegt. Das Maximum der (+CG)-Entladung wird bei 1 ms erreicht und sinkt danach linear ab, bis es nach weiteren 1 ms auf 1kA km gesunken ist. Alle oben angegebenen Gleichungen wurden in jedem Modelllauf gelöst. Allerdings werden im Regelfall hier nur die Ergebnisse für die reduzierte elektrische Feldstärke, sowie die Teilchendichten $[e^-]$, $[N_2^+]$, $[O_2^+]$ und $[O^-]$ gezeigt, da diese für die Spriteentstehung am wichtigsten sind. Die Bezeichnung *Borisov/Sentman-Parameter* bezeichnet dabei die Ratenkoeffizienten nach Borisov et al./Sentman et al. und für die Parameter nach Pasko et al. wird die Bezeichnung *Pasko-Parameter* verwendet.

5.3.1 Strommoment 100kA km (-CG)

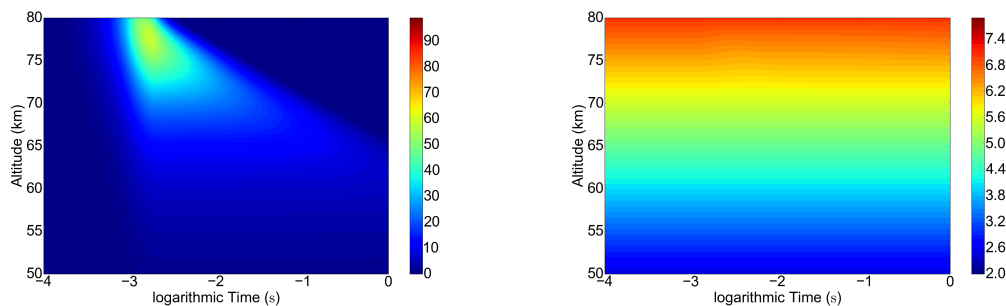


Abbildung 5.9: Reduziertes elektrisches Feld (links) und Elektronendichte (rechts), berechnet mit BOLSIG+ Parametern. Die Farbskala der reduzierten elektrischen Feldstärke ist linear in Td, während die Farbskala der Elektronendichte logarithmisch in m^{-3} ist. Das reduzierte elektrische Feld erreicht eine Stärke von ungefähr 70Td. In den Elektronendichte gibt es keinen signifikanten Anstieg. Das Strommoment beträgt 100kA km (-CG).

BOLSIG+ Parameter Abbildung (5.9) zeigt die Elektronendichte und das reduzierte elektrische Feld. Die erreichte reduzierte elektrische Feldstärke reicht nicht aus, um

5 Ergebnisse

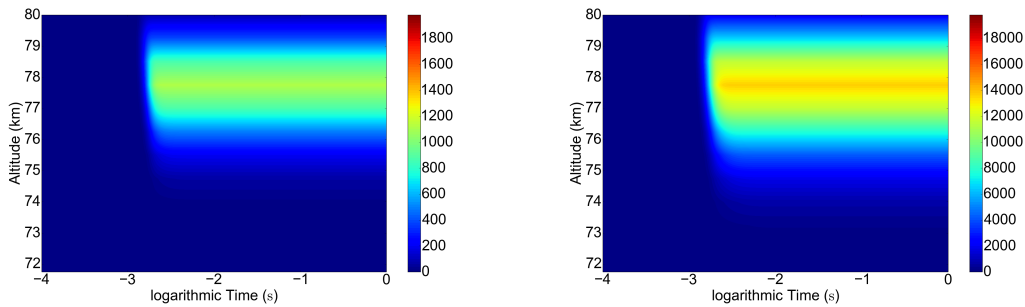


Abbildung 5.10: Teilchendichten der N_2^+ -Ionen (links) und O_2^+ -Ionen, berechnet mit BOLSIG+ Parametern. Die Teilchendichten sind in m^{-3} angegeben. Das Strommoment beträgt 100 kA km (-CG).

einen Spritze zu erzeugen. Die maximale reduzierte elektrische Feldstärke liegt bei

ungefähr 70 Td . Aufgrund des fehlenden Stromfortsatzes sinkt die elektrische Feldstärke schnell ab. In geringen Höhen unter 70 km gibt es keinen größeren Anstieg des reduzierten elektrischen Feldes. In diesen Regionen ist die Luftdichte zu hoch. In höheren Regionen über 76 km ist die Elektronendichte höher, was in einer höheren Leitfähigkeit resultiert. Dadurch wird das reduzierte elektrische Feld schneller abgebaut (vgl. Gleichung (3.20)¹). Bei der Elektronendichte gibt es in einer Höhe von 76 km und bei ungefähr $3,1 \text{ ms}$ einen leichten Anstieg. Die Abbildungen (5.10) und (5.11) zeigen die Teilchendichten von N_2^+ , O_2^+ und O^- . Wie die Ratenkoeffizienten nahelegen, ist die Teilchendichte der O_2^+ -Ionen

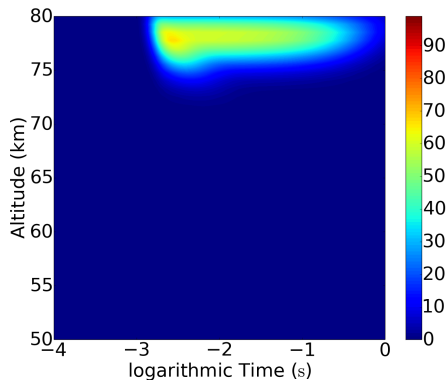


Abbildung 5.11: Teilchendichte der O^- Ionen, berechnet mit BOLSIG+ Parametern. Die Teilchendichten sind in $10^4 m^{-3}$ angegeben. Das Strommoment beträgt 100 kA km (-CG).

weitaus höher als die der N_2^+ -Ionen. Da es in diesem Modell keine Abbaureaktionen für N_2^+ und O_2^+ gibt, bleibt die Teilchendichte nach Verschwinden des elektrischen Feldes konstant. Die O^- -Ionen weisen eine sehr viel höhere Teilchendichte auf. Dieses Ergebnis war zu erwarten, da der Ratenkoeffizient für das Attachment um mehrere

¹ $\epsilon_0 \frac{d}{dt} E_z = -\sigma E_z + J_T$

5 Ergebnisse

Größenordnungen über denen der Ionisationen liegt. Durch das Detachment aus Gleichung (3.31)² gibt es einen Abbau von O^- . Weiterhin ist zu erkennen, dass die Teilchendichte direkt nach auftreten der Entladung bei 10^{-2} s auf ein Maximum strebt, dann aber nur langsam absinkt.

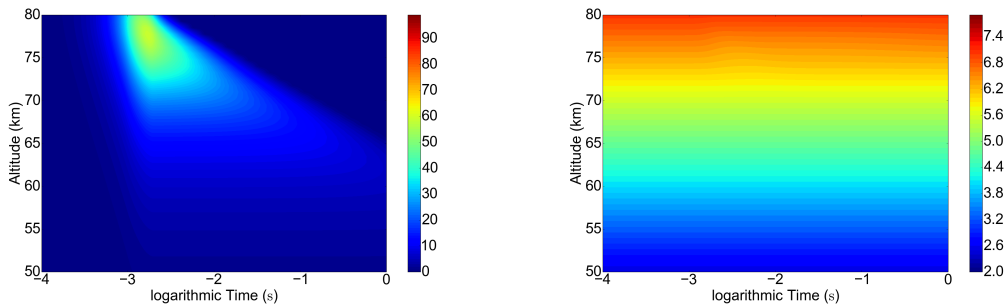


Abbildung 5.12: Reduziertes elektrisches Feld (links) und Elektronendichte (rechts), berechnet mit Borisov/Sentman-Parametern. Die Farbskala der reduzierten elektrischen Feldstärke ist linear in Td, während die Farbskala der Elektronendichte logarithmisch in m^{-3} ist. Das reduzierte elektrische Feld erreicht eine Stärke von ungefähr 70Td. In den Elektronendichte gibt es keinen signifikanten Anstieg. Das Strommoment beträgt 100kA km (-CG).

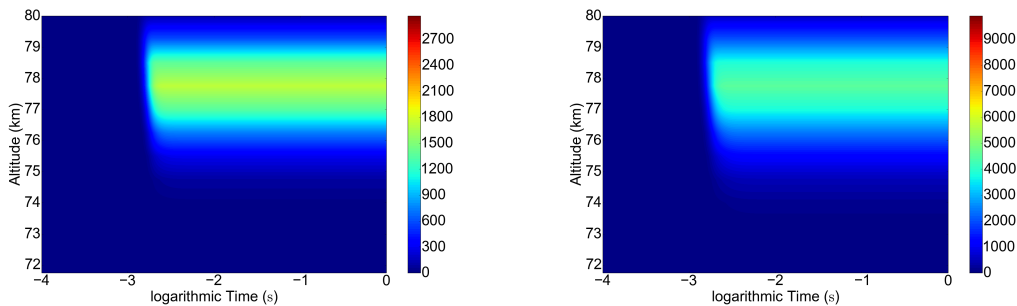
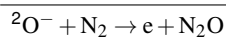


Abbildung 5.13: Teilchendichten der N_2^+ -Ionen (links) und O_2^+ -Ionen, berechnet mit Borisov/Sentman-Parametern. Die Teilchendichten sind in m^{-3} angegeben. Das Strommoment beträgt 100kA km (-CG).

Borisov/Sentman-Parameter Die Plots in Abbildung (5.12) zeigen die reduzierte elektrische Feldstärke und die Elektronendichte, berechnet mit den Parametern nach Borisov. Wie bei der Berechnung mit den BOLSIG+ Parametern ist die maximale reduzierte elektrische Feldstärke bei 70Td in einer Höhe von ungefähr 76km.



5 Ergebnisse

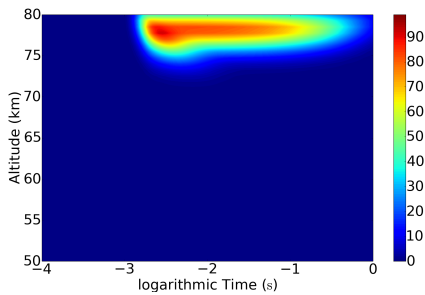


Abbildung 5.14: Teilchendichte der O^- -Ionen, berechnet mit Borisov/Sentman-Parametern. Die Teilchendichten sind in $1 \cdot 10^4 m^{-3}$ angegeben. Das Strommoment beträgt $100 kA km (-CG)$.

Auch hier reicht demnach das Strommoment nicht aus, um einen Sprite zu erzeugen. Die Elektronendichte zeigt wie schon bei der Rechnung mit den BOLSIG+ Parametern keinen signifikanten Anstieg. Die Abbildungen (5.13) und (5.14) zeigen die Teilchendichten von N_2^+ , O_2^+ und O^- . Die Teilchendichte der N_2^+ -Ionen ist auch hier geringer als die der O_2^+ -Ionen, wie in den Ergebnissen aus Abbildung (5.10). Bei den O^- -Ionen gibt es den gleichen Verlauf wie in Abbildung (5.11). Allerdings sind die Teilchendichten aller Ionen höher als bei der Berechnung mit den BOLSIG+ Parametern.

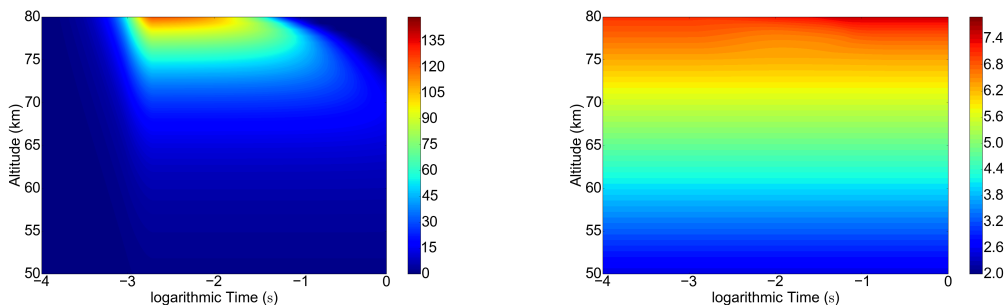


Abbildung 5.15: Reduziertes elektrisches Feld (links) und Elektronendichte (rechts), berechnet mit Pasko-Parametern. Die Farbskala der reduzierten elektrischen Feldstärke ist linear in Td, während die Farbskala der Elektronendichte logarithmisch in m^{-3} ist. Das Strommoment beträgt $100 kA km (-CG)$.

Pasko-Parameter Abbildung (5.15) zeigt das reduzierte elektrische Feld und die Elektronendichte, berechnet mit den Koeffizienten von Pasko. Das reduzierte elektrische Feld, berechnet mit diesen Parametern, ist weitaus höher als in den Berechnungen mit den anderen Parametern. Allerdings liegt die Feldstärke noch unter denen für einen Sprite benötigten $138 Td$. Die Elektronendichte zeigt nur einen kleinen Anstieg im Be-

5 Ergebnisse

reich der maximalen elektrischen Feldstärke und sinkt danach wieder auf die Ausgangskonzentration ab. Bei der reduzierten elektrischen Feldstärke ist auffällig, dass das Maximum nicht bei 76 km liegt, sondern kein lokales Maximum zu erkennen ist. Der höchste Wert liegt in dieser Abbildung bei 80 km.

5.3.2 Strommoment 100 kA km (+CG)

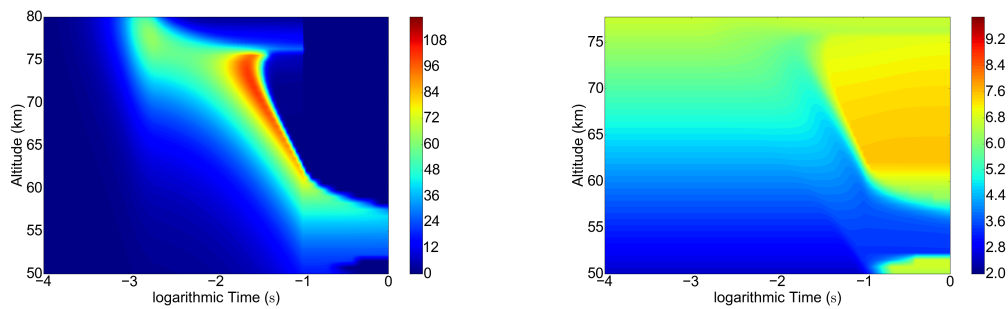


Abbildung 5.16: Reduziertes elektrisches Feld (links) und Elektronendichte (rechts), berechnet mit BOLSIG+ Parametern. Die Farbskala der reduzierten elektrischen Feldstärke ist linear in Td, während die Farbskala der Elektronendichte logarithmisch in m^{-3} ist. Das Strommoment beträgt 100 kA km (+CG).

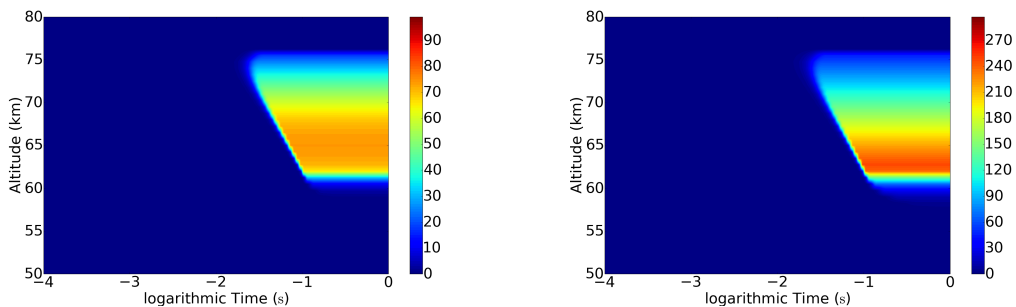


Abbildung 5.17: Teilchendichten der N_2^+ -Ionen (links) und O_2^+ -Ionen (rechts), berechnet mit BOLSIG+ Parametern. Die Teilchendichten sind in 10^5m^{-3} angegeben. Das Strommoment beträgt 100 kA km (+CG).

BOLSIG+ Parameter Abbildung (5.16) zeigt das reduzierte elektrische Feld und die Elektronendichte nach einer positiven Cloud-to-Ground Entladung. Deutlich erkennbar in der Grafik zur reduzierten elektrischen Feldstärke ist hier das Ende des eingebrachten Strommoments bei 10^{-1}s . Ab diesem Moment sinkt das reduzierte elektrische Feld besonders in höheren Regionen ab 60 km auf 0 Td ab. Weiterhin sieht man einen Anstieg der reduzierten elektrischen Feldstärke bei 1 ms. Dieser ist unmittelbar auf das eingebrachte Strommoment zurückzuführen. Danach sinkt die reduzierte elektrische Feldstärke, bis sie ab 10 ms auf einen Wert von bis zu 120 Td ansteigt. Dieser Anstieg ist direkt auf den Stromfortsatz zurückzuführen, welcher in den vorherigen Berechnungen nicht enthalten war (Siehe Abbildung 5.9). Die reduzierte elektrische

5 Ergebnisse

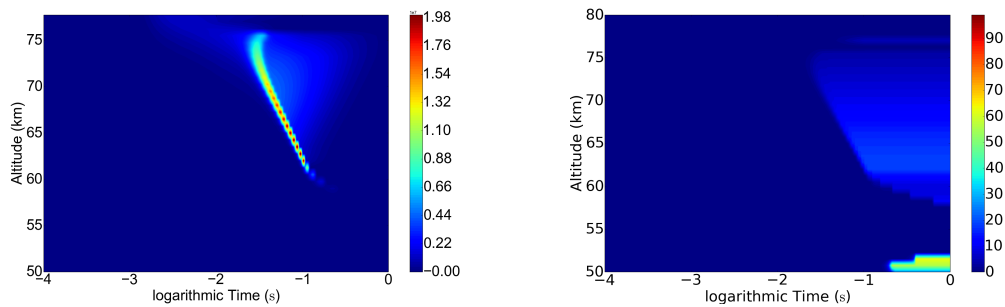
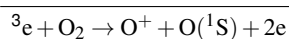


Abbildung 5.18: Teilchendichte der O^- (links) und der O^+ (rechts) Ionen, berechnet mit BOL-SIG+ Parametern. Die Teilchendichten sind in 10^7 m^{-3} (links) beziehungsweise 10^5 m^{-3} angegeben. Das Strommoment beträgt 100 kA km (+CG) .

Feldstärke erhöht sich erst mit fortschreitender Dauer in tieferen Höhen. Nach 10^{-1} s ist die Stromdichte $J_T = 0$. Das linke Bild zeigt die Elektronendichte. Bei 1 ms gibt es einen leichten Anstieg der reduzierten elektrischen Feldstärke, wie er aus den Simulationen der negativen Cloud-to-Ground Entladung zu erwarten war. Ab 10 ms , wenn das reduzierte elektrische Feld eine Stärke von 120 Td erreicht, steigt die Elektronendichte stark an. Dabei gibt es einen Anstieg um 2 bis 3 Größenordnungen. In einer Höhe von 55 km gibt es keinen Anstieg der Elektronendichte. Bei 50 km gibt es wieder einen starken Anstieg in der Elektronendichte, welcher nur bei den Simulationen mit den BOL-SIG+ Parametern auftritt. Wenn man den Zeitpunkt der Erhöhung der Elektronendichte mit dem Zeitpunkt des Abfalls des reduzierten elektrischen Feldes vergleicht, fällt auf, dass erst die Elektronendichte ansteigt, und dann die reduzierte elektrische Feldstärke abfällt. Der Abfall der Feldstärke lässt sich dadurch erklären, dass eine hohe Elektronendichte zu einer hohen Leitfähigkeit der Atmosphäre führt, was zu einer Senkung des reduzierten elektrischen Feldes führt. Die Tatsache, dass es keinen Anstieg in den Teilchendichte von N_2^+ , O_2^+ und O^- Ionen gibt, wie in Abbildungen (5.17) und (5.18) gezeigt, deutet darauf hin, dass eine andere Reaktion für die Produktion der Elektronen verantwortlich ist. Abbildung (5.18) zeigt rechts die Konzentration der O^+ -Ionen, welche bei 50 km und $0,2 \text{ s}$ stark ansteigt. Die Reaktion (3.36)³ trägt ebenfalls zum Ansteigen der Elektronendichte bei und hat, wie in Abbildung (5.3) gezeigt, in diesem Bereich der reduzierten elektrischen Feldstärke einen starken Einfluss auf die Elektronendichte, weswegen die erhöhte Teilchendichte auf diese Reaktion zurückzuführen ist.

Die Teilchendichten von N_2^+ und O_2^+ verhalten sich ähnlich und steigen bei steigender



5 Ergebnisse

Elektronendichte ebenfalls stark an. Die Teilchendichte der O^- -Ionen steigt ebenfalls zum gleichen Zeitpunkt an, sinken aber durch das Detachment sehr schnell wieder. Die gepunktete Struktur, welche auftritt, lässt sich auf die Schrittweite der Höhen von $\Delta z = 750\text{ m}$ zurückführen. Wie beim vorigen Strommoment reicht die reduzierte elektrische Feldstärke wieder nicht aus, um einen Sprite zu erzeugen.

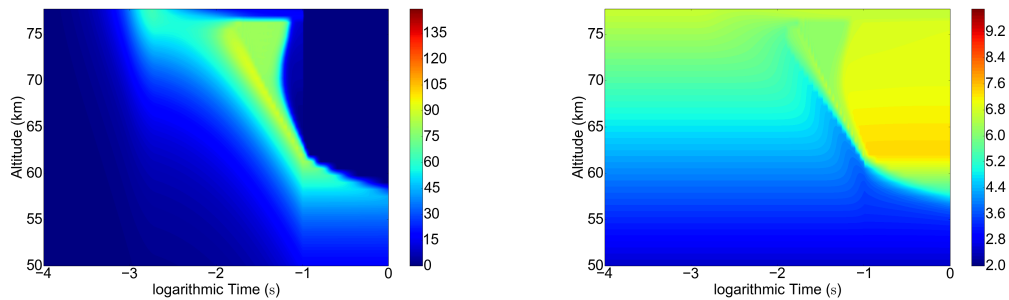


Abbildung 5.19: Reduziertes elektrisches Feld (links) und Elektronendichte (rechts), berechnet mit Borisov/Sentman-Parametern. Die Farbskala der reduzierten elektrischen Feldstärke ist linear in Td, während die Farbskala der Elektronendichte logarithmisch in m^{-3} ist. Das Strommoment beträgt 100 kA km (+CG) .

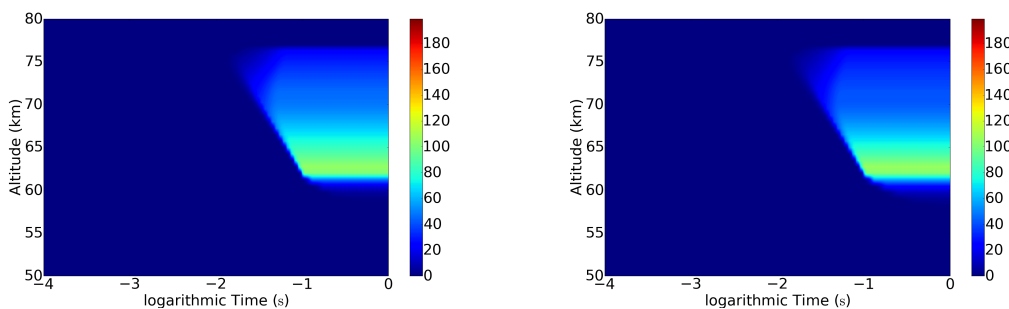


Abbildung 5.20: Teilchendichten der N_2^+ -Ionen (links) und O_2^+ -Ionen (rechts), berechnet mit Borisov/Sentman-Parametern. Die Teilchendichten sind in 10^5 m^{-3} angegeben. Das Strommoment beträgt 100 kA km (+CG) .

Borisov/Sentman-Parameter Abbildung (5.19) zeigt links die reduzierte elektrische Feldstärke. Die maximale Feldstärke liegt bei maximal 100 Td , was zwar über der für einen Sprite benötigten reduzierten elektrischen Feldstärke von 93 Td liegt, allerdings ist die Elektronendichte nicht stark erhöht, sodass es unwahrscheinlich ist, dass ein Sprite entstehen kann. Der Verlauf ist dem aus Abbildung (5.16)

5 Ergebnisse

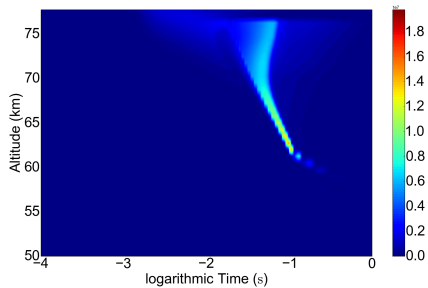


Abbildung 5.21: Teilchendichte der O^- Ionen, berechnet mit Borisov/Sentman-Parametern. Die Teilchendichten sind in $10^7 m^{-3}$ angegeben. Das Strommoment beträgt $100 kA km (+CG)$.

ähnlich, nur ist das Maximum aufgrund der kleineren Parameter geringer. Deutlich sichtbar ist auch hier das auf 0 abfallende Strommoment bei $10^{-1} s$, welches am sich ändernden Verlauf der reduzierten elektrischen Feldstärke erkennbar ist. Die Elektronendichte weist bei 60 km einen Anstieg von ungefähr $10^3 m^{-3}$ auf $10^7 m^{-3}$ auf. Dieser Anstieg um mehrere Größenordnungen findet ab 60 km statt, wird mit größeren Höhen allerdings schwächer. In den Abbildungen (5.20) und (5.21) sind die Teilchendichten von N_2^+ , O_2^+ und O^- dargestellt, welche qualitativ mit denen aus den Abbildungen (5.17) und (5.18) übereinstimmen, wenn auch die Teilchendichten geringeren sind.

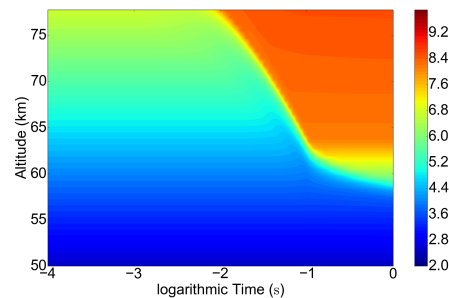
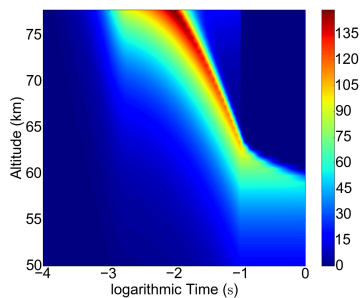


Abbildung 5.22: Reduziertes elektrisches Feld (links) und Elektronendichte (rechts), berechnet mit Pasko-Parametern. Die Farbskala der reduzierten elektrischen Feldstärke ist linear in Td, während die Farbskala der Elektronendichte logarithmisch in m^{-3} ist. Das Strommoment beträgt $100 kA km (+CG)$.

Pasko-Parameter Die Simulation mit den Parametern von Pasko liefert ein viel stärkeres reduziertes elektrisches Feld als die vorherigen Simulationen. Die reduzierte elektrische Feldstärke liegt bei mindestens 135 Td. Für die Pasko-Parameter liegt die Grenze für die Entzündung eines Sprites bei 138 Td, welche daher möglicherweise bereits erreicht wird. Die Elektronendichte steigt stärker an als bei den Berechnungen mit den Parametern nach BOLSIG+ oder Borisov.

5.3.3 Strommoment 200 kA km (+CG)

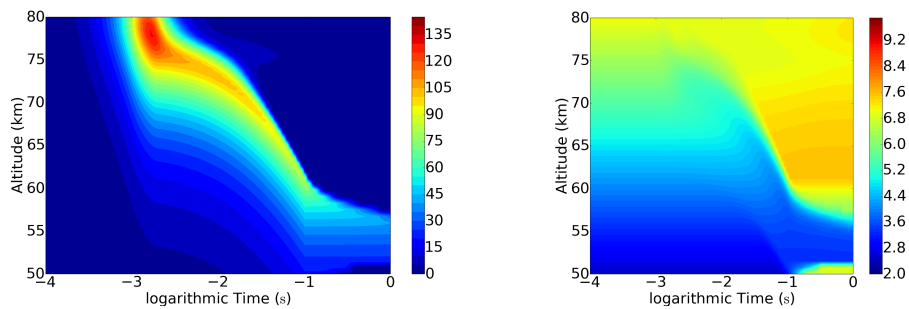


Abbildung 5.23: Reduziertes elektrisches Feld (links) und Elektronendichte (rechts), berechnet mit BOLSIG+ Parametern. Die Farbskala der reduzierten elektrischen Feldstärke ist linear in Td, während die Farbskala der Elektronendichte logarithmisch in m^{-3} ist. Das Strommoment beträgt 200 kA km (+CG).

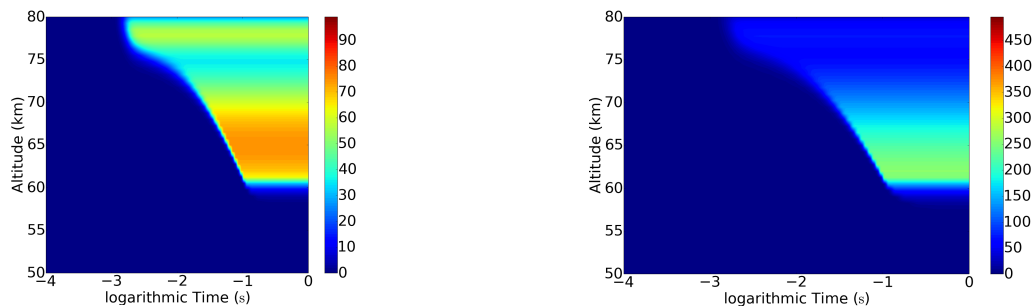


Abbildung 5.24: Teilchendichten der N_2^+ -Ionen (links) und O_2^+ -Ionen (rechts), berechnet mit BOLSIG+ Parametern. Die Teilchendichten sind in $10^5 m^{-3}$ angegeben. Das Strommoment beträgt 200 kA km (+CG).

BOLSIG+ Parameter In Abbildung (5.23) sind die reduzierte elektrische Feldstärke und die Elektronendichte dargestellt. Es gibt keinen qualitativen Unterschied zu den Ergebnissen aus Abbildung (5.16). Die kritische reduzierte elektrische Feldstärke von 117Td wird für kurze Zeit erreicht. Ob dies für die Entfaltung eines Sprites in der Mesosphäre reicht, ist fraglich, da es nur einen geringen Anstieg der Elektronendichte gibt. Die Teilchendichten sowie das reduzierte elektrische Feld sind stärker als bei den Simulationen mit einem Strommoment von 100kA km und Stromfortsatz von 10kA km.

Borisov/Sentman-Parameter Abbildung (5.26) zeigt links die reduzierte elektrische Feldstärke und rechts die Elektronendichte. Die Feldstärke ist höher als bei der Rech-

5 Ergebnisse

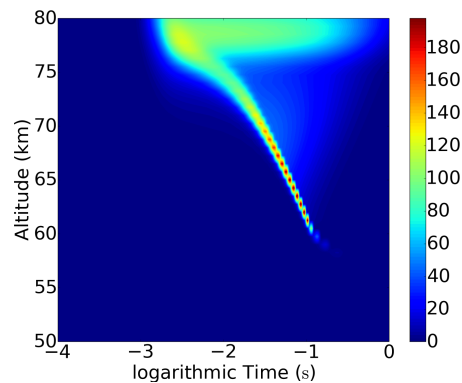


Abbildung 5.25: Teilchendichte der O^- Ionen, berechnet mit BOLSIG+ Parametern. Die Teilchendichten sind in 10^5 m^{-3} angegeben. Das Strommoment beträgt 200 kA km (+CG).

nung mit den Parametern nach BOLSIG+. Auch ist die notwendige Feldstärke von 93 Td erreicht, um einen Sprite zu erzeugen. Da die entsprechende Feldstärke allerdings nur kurz erreicht wird, und im Vergleich zu den Rechnungen mit den Parametern nach BOLSIG+ keine signifikant höhere Elektronendichte erreicht wird, ist es fraglich, ob dies bereits ausreichend ist, einen Sprite zu erzeugen. Eine Besonderheit im Verlauf der reduzierten elektrischen Feldstärke stellt die Ausbuchtung zwischen 10 ms und 100 ms in einer Höhe von 75 km dar. Die Teilchendichten der Ionen aus den Abbildungen (5.27) und (5.28) entsprechen qualitativ denen der Berechnung mit den Parametern nach BOLSIG+.

Pasko-Parameter In Abbildung (5.29) sind die Ergebnisse der Berechnung mit den Pasko-Parametern aufgezeigt. Zu beachten ist die im Vergleich zu den vorherigen Plots unterschiedliche Farbskala für die reduzierte elektrische Feldstärke. Die für einen Sprite notwendige reduzierte elektrische Feldstärke wird über einen längeren Zeitraum erreicht. Die Elektronendichte steigt um mehrere Größenordnungen an, beispielsweise in einer Höhe von 75 km von 10^6 m^{-3} auf bis zu 10^9 m^{-3} . Ein Vergleich mit Abbildung (5.7) zeigt allerdings, dass die Differenz der Reaktionskoeffizienten kleiner ist als bei den Parametern nach BOLSIG+ und Borisov et al./Sentman et al. und trotzdem eine höhere reduzierte elektrische Feldstärke erreicht wird. Dies lässt sich darauf zurückführen, dass bei diesem Modelllauf die reduzierte elektrische Feldstärke überschritten wird, ab dem das von Pasko et al. angegebene Attachment auf Null abfällt. Dadurch gibt

5 Ergebnisse

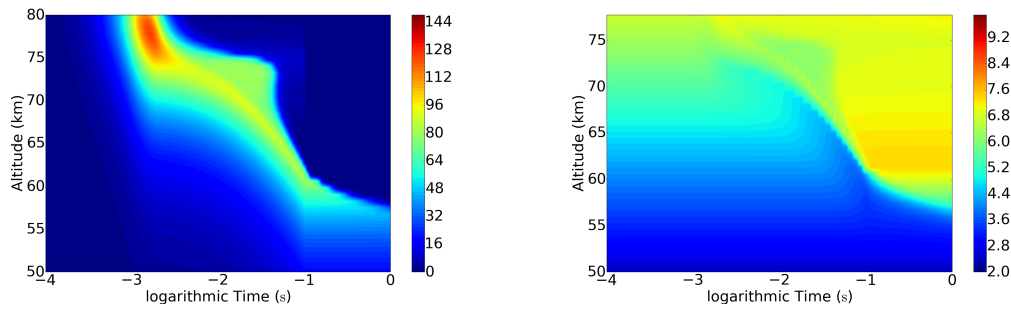


Abbildung 5.26: Reduziertes elektrisches Feld (links) und Elektronendichte (rechts), berechnet mit Borisov/Sentman-Parametern. Die Farbskala der reduzierten elektrischen Feldstärke ist linear in Td, während die Farbskala der Elektronendichte logarithmisch in m^{-3} ist. Das Strommoment beträgt 200 kA km (+CG) .

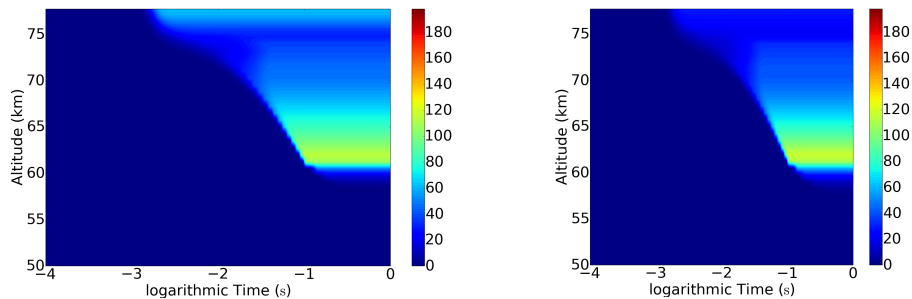


Abbildung 5.27: Teilchendichten der N_2^+ -Ionen (links) und O_2^+ -Ionen (rechts), berechnet mit Borisov/Sentman-Parametern. Die Teilchendichten sind in 10^5 m^{-3} angegeben. Das Strommoment beträgt 200 kA km (+CG) .

es keine Senke mehr für Elektronen, was die in diesem Fall hohe Elektronendichte erklärt. Da das Attachment zum Zeitpunkt der Entladung stärker als die Ionisation ist, werden produzierte Elektronen (durch Ionisation) sofort wieder eingefangen, was zu einer niedrigen Leitfähigkeit und damit einer hohen reduzierten elektrischen Feldstärke führt.

Vergleich mit Parra-Rojas et al. Parra-Rojas et al.[16] haben ebenfalls Berechnungen der reduzierten elektrischen Feldstärke und verschiedener Teilchendichten für geringere Strommomente bis zu $200 \text{ kA km } (\pm \text{CG})$ durchgeführt. Dabei wurden Reaktionskoeffizienten von BOLSIG+ entnommen. Das ermöglicht einen Vergleich mit den hier dargestellten Ergebnissen. So entsprechen die Ergebnisse der reduzierten elektrischen

5 Ergebnisse

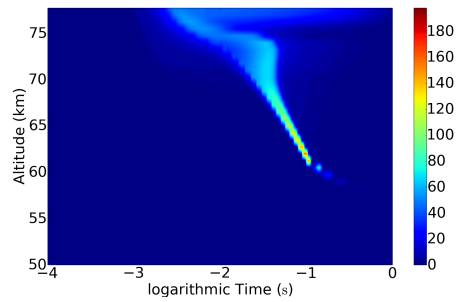


Abbildung 5.28: Teilchendichte der O^- Ionen, berechnet mit Borisov/Sentman-Parametern. Die Teilchendichten sind in $10^5 m^{-3}$ angegeben. Das Strommoment beträgt 200 kA km (+CG).

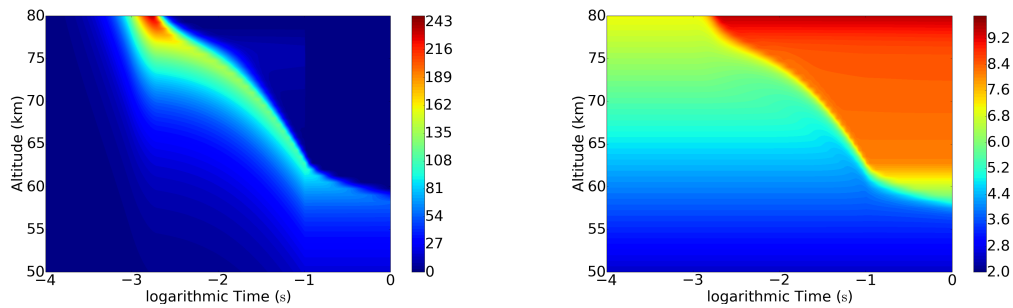


Abbildung 5.29: Reduziertes elektrisches Feld (links) und Elektronendichte (rechts), berechnet mit Pasko-Parametern. Die Farbskala der reduzierten elektrischen Feldstärke ist linear in T_d , während die Farbskala der Elektronendichte logarithmisch in m^{-3} ist. Das Strommoment beträgt 200 kA km (+CG).

Feldstärke und denen der Elektronendichte denen von Parra-Rojas et al. qualitativ. Allerdings gibt es zu den Rechnungen mit größerem Strommoment Abweichungen in der Stärke des reduzierten elektrischen Feldes. So liegen die Werte dieses Modells über denen von Parra-Rojas et al. berechneten Größen, was auf die geringere Anzahl an betrachteten Reaktionen in diesem Modell, oder auch eine andere gewählte Teilchendichte von N_2 und O_2 zurückgeführt werden kann.

5.3.4 Strommoment 300 kA km (+CG)

Da mit den Parametern nach Pasko et al. bereits bei einem Strommoment von 200 kA km (+CG) ein Sprite entstehen kann, werden die Parameter für diesen Modelllauf nicht verwendet.

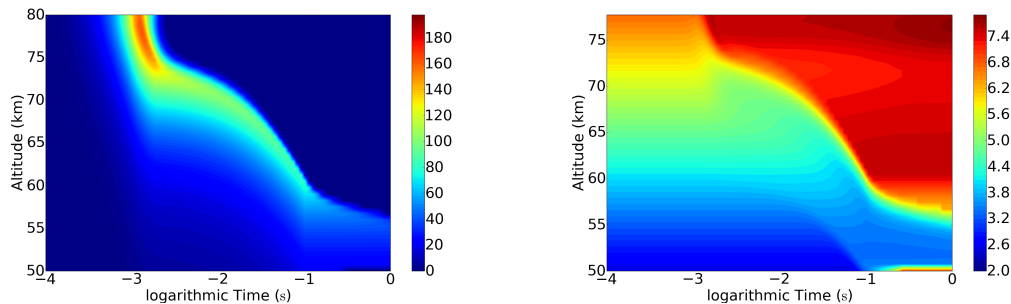


Abbildung 5.30: Reduziertes elektrisches Feld (links) und Elektronendichte (rechts), berechnet mit BOLSIG+ Parametern. Die Farbskala der reduzierten elektrischen Feldstärke ist linear in Td, während die Farbskala der Elektronendichte logarithmisch in m^{-3} ist. Das Strommoment beträgt 300 kA km.

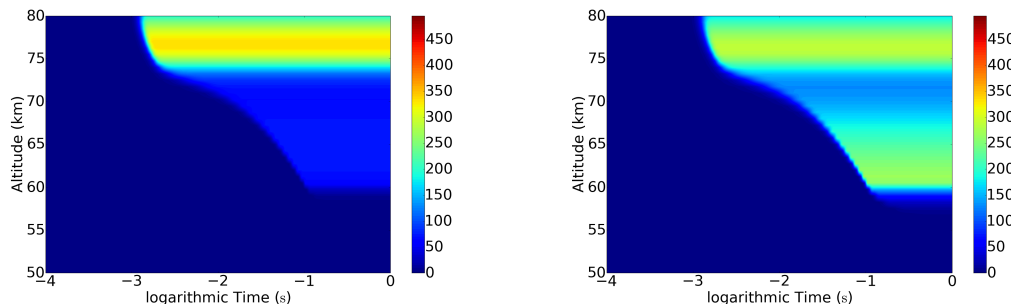


Abbildung 5.31: Teilchendichten von N_2^+ (links) und O_2^+ (rechts) in 10^5m^{-3} , berechnet mit Parametern nach BOLSIG+. Das Strommoment beträgt 300 kA km (+CG).

BOLSIG+ In den Abbildungen (5.30), (5.31) und (5.32) zeigen die Ergebnisse der Simulation mit einem Strommoment von 300 kA km und den Parametern nach BOLSIG+. Hier wird die kritische Feldstärke überschritten, bei der ein Sprite entstehen kann, gleichzeitig mit einer starken Erhöhung der Teilchendichte der Elektronen. Folglich ist das notwendige Strommoment für einen Sprite mit BOLSIG+ Parametern zwischen 200 kA km und 300 kA km, was bei einer Entladungshöhe von 10 km einer Stromstärke von 20 kA bis 30 kA entspricht. Die Wolkenuntergrenze einer Cumulonimbuswolke liegt

5 Ergebnisse

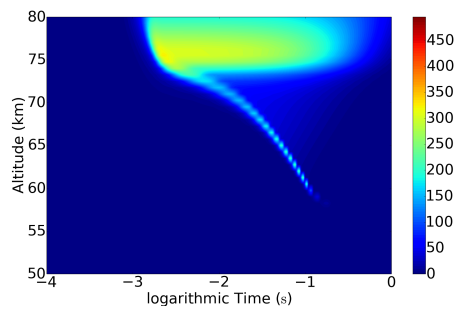


Abbildung 5.32: Teilchendichte von O^- in 10^5 m^{-3} , berechnet mit Parametern nach BOLSIG+. Das Strommoment beträgt 300 kA km (+CG) .

zwischen 300 m und 2 km[1], weswegen für Blitze aus dem oberen Teil der Wolken eine Spriteentzündung wahrscheinlicher ist. Ein Blitz, welcher aus dem unteren Teil der Wolke bei ungefähr 1 km entstammt, müsste eine Stromstärke von 200 kA bis 300 kA erreichen, was der oberen Grenze für die Stromstärke eines Blitzes entspricht[13]. Die Ergebnisse für N_2^+ , O_2^+ und O^- liefern die durch vorherige Simulationen erwartbaren Ergebnisse. Die Teilchendichte sind alle in der selben Größenordnung, wobei die Teilchendichte von N_2^+ bei 76 km ein Maximum erreicht, während O_2^+ sowohl bei 76 km als auch bei 60 km Maxima hat, und dazwischen kaum erhöht ist.

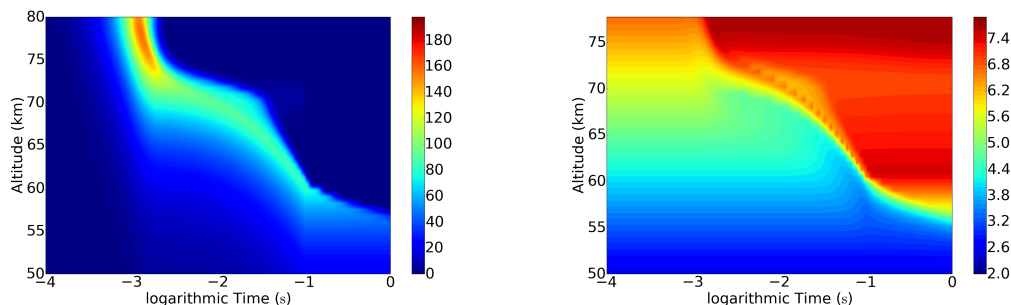


Abbildung 5.33: Reduziertes elektrisches Feld (links) und Elektronendichte (rechts) bei einem Strommoment von 300 kA km (+CG) , berechnet mit Parametern nach Borisov/Sentman. Die Farbskala der reduzierten elektrischen Feldstärke ist linear in Td, während die Farbskala der Elektronendichte logarithmisch in m^{-3} ist.

Borisov/Sentman Die Abbildungen (5.33), (5.34) und (5.35) zeigen die vergleichbaren Ergebnisse, berechnet mit den Parametern von Borisov/Sentman. Die Ergebnisse stimmen mit denen überein, welche mit den Parametern nach BOLSIG+ errechnet

5 Ergebnisse

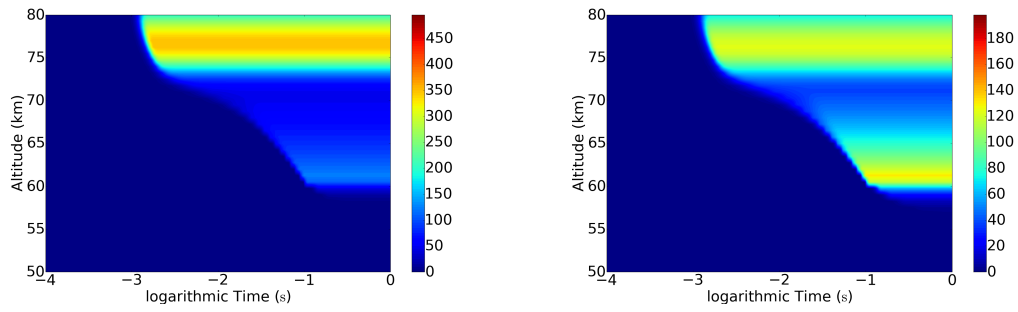


Abbildung 5.34: Teilchendichten von N_2^+ (links) und O_2^+ (rechts) in 10^5 m^{-3} , berechnet mit Parametern nach Borisov/Sentman. Das Strommoment beträgt 300 kA km (+CG).

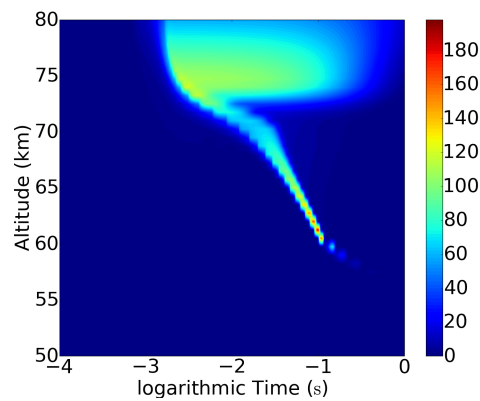


Abbildung 5.35: Teilchendichte von O^- in 10^5 m^{-3} , berechnet mit Parametern nach Borisov/Sentman. Das Strommoment beträgt 300 kA km (+CG).

wurde. Auch hier wird das kritische Feld, welches für eine Erzeugung eines Sprites notwendig ist, erreicht. Die Teilchendichten liefern ähnliche Ergebnisse wie im vorherigen Modelllauf mit den Parametern nach BOLSIG+.

5.3.5 Strommoment 1000 kA km (+CG)

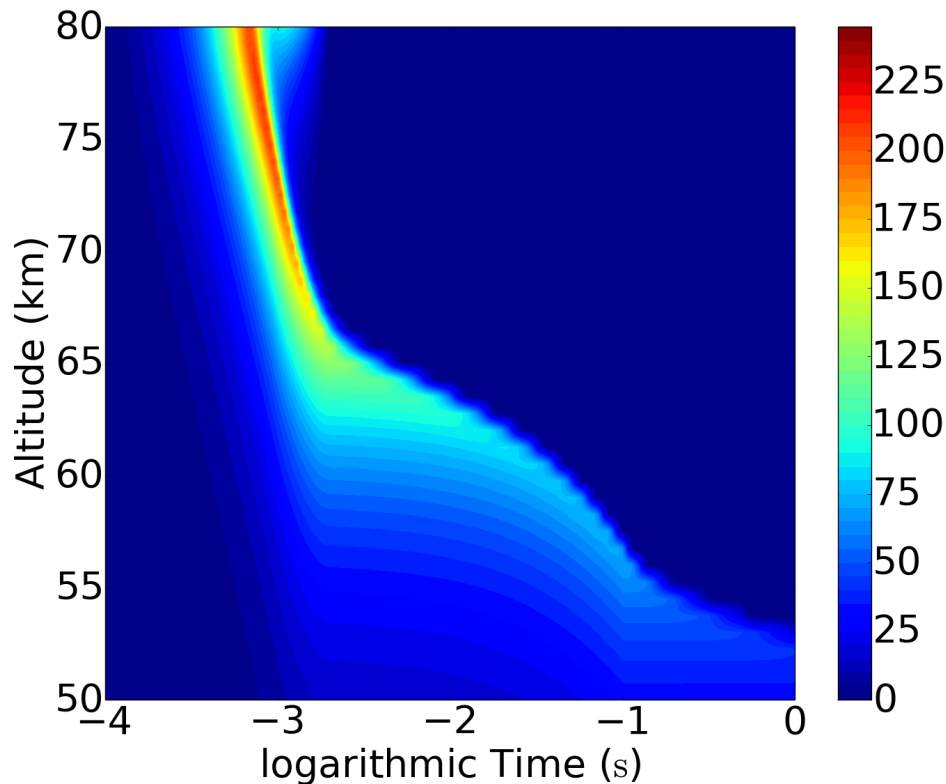


Abbildung 5.36: Reduziertes elektrisches Feld berechnet mit Parametern nach BOLSIG+. Die Farbskala der reduzierten elektrischen Feldstärke ist linear in T_d . Das Strommoment beträgt 10^9 A m (+CG) .

Positivblitze können eine Stromstärke von bis zu 300 kA erreichen. In diesem Modelllauf wurde ein Positivblitz mit einer Stromstärke von 100 kA und Reaktionsparametern nach BOLSIG+ simuliert (Strommoment 1000 kA km). Abbildung (5.36) zeigt dabei die berechnete reduzierte elektrische Feldstärke. Die kritische Feldstärke für einen Spritze wurde für 1,5 ms überschritten, und die Elektronendichte steigt stark an. Auffällig ist in Abbildung (5.36), dass das Maximum des reduzierten elektrischen Feldes mit höherer Entladungsstärke in höhere Regionen verschoben wird. Dies wird besonders im Vergleich mit Abbildung (5.16) deutlich.

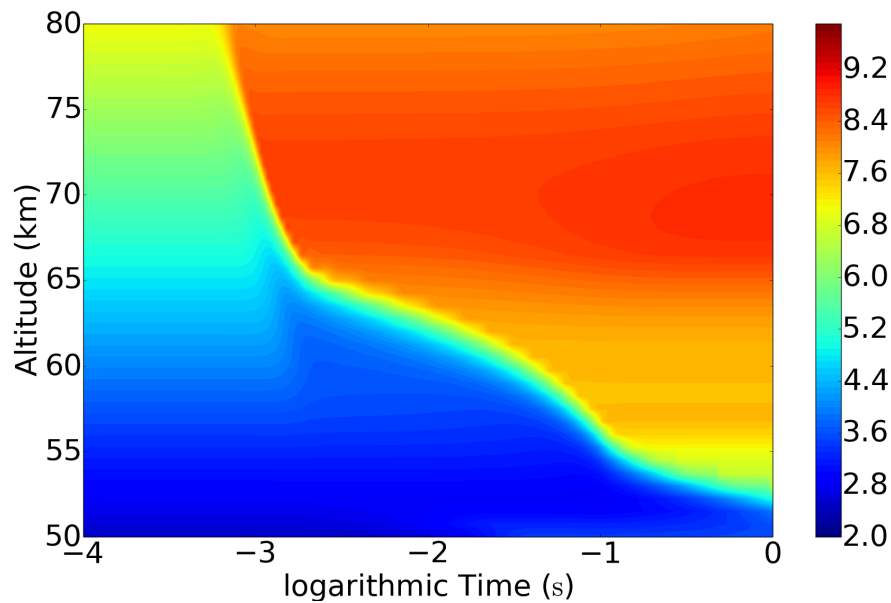


Abbildung 5.37: Elektronendichte berechnet mit Parametern nach BOLSIG+. Die Farbskala der Elektronendichte ist logarithmisch in $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$. Das Strommoment beträgt 1000 kA km (+CG) . Die Elektronendichte steigt in 70 km von 10^6 m^{-3} auf 10^9 m^{-3} .

5.3.6 Vergleich (+CG) mit (-CG)

Auch bei gleichen Stromstärken der Hauptentladung gibt es einen Unterschied im Verlauf der reduzierten elektrischen Feldstärke und den Teilchendichten. Exemplarisch sollen hier die reduzierten elektrischen Feldstärken und Elektronendichten einer Entladung von 200 kA km +CG und $-CG$ verglichen werden. In Abbildung (5.38) sind die reduzierten elektrischen Feldstärken aufgetragen. Beide Entladungen genügen nicht aus, um einen Sprite zu erzeugen. Beide Entladungen führen zu einer Erhöhung des reduzierten elektrischen Feldes bei 1 ms . Bei der negativen Cloud-to-Ground Entladung fällt danach die reduzierte elektrische Feldstärke schnell auf 0 Td ab, während bei der positiven Cloud-to-Ground Entladung die reduzierte elektrische Feldstärke in Folge der fortdauernden Stromstärke von 1 kA weniger stark sinkt und über längere Zeit konstant bleibt. Daraus lässt sich schließen, dass für die Entstehung eines Sprites die Hauptentladung ein wichtiger Faktor ist, während die fortdauernde Stromstärke wichtig für die Entstehung eines Streamers ist, da dadurch die Ionisationskoeffizienten höhere Werte erreichen, was die Entstehung eines Streamers begünstigt (Siehe

5 Ergebnisse

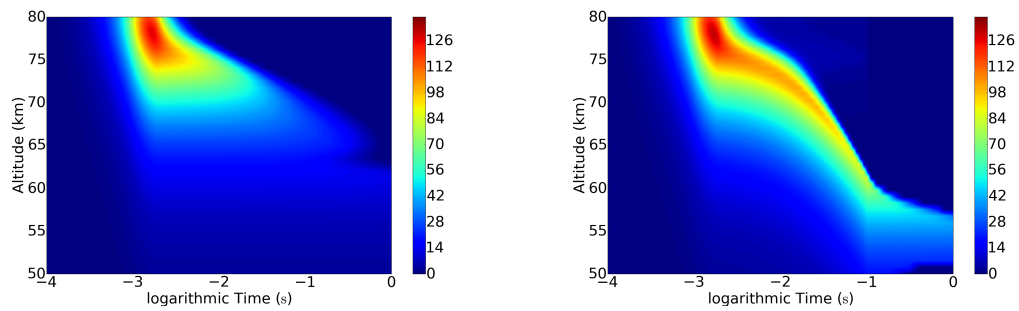


Abbildung 5.38: Reduzierte elektrische Feldstärke für eine negative Cloud-to-Ground Entladung (links) und für eine positive Cloud-to-Ground Entladung (rechts). Die Farbskala gibt die reduzierte elektrische Feldstärke in Td an.

nächsten Abschnitt). Der Stromschwanz ist allerdings für einen Sprite ebenfalls wichtig, da die fortdauernde hohe reduzierte Feldstärke zu Erhöhung der Elektronendichte beiträgt.

5.3.7 Streamer

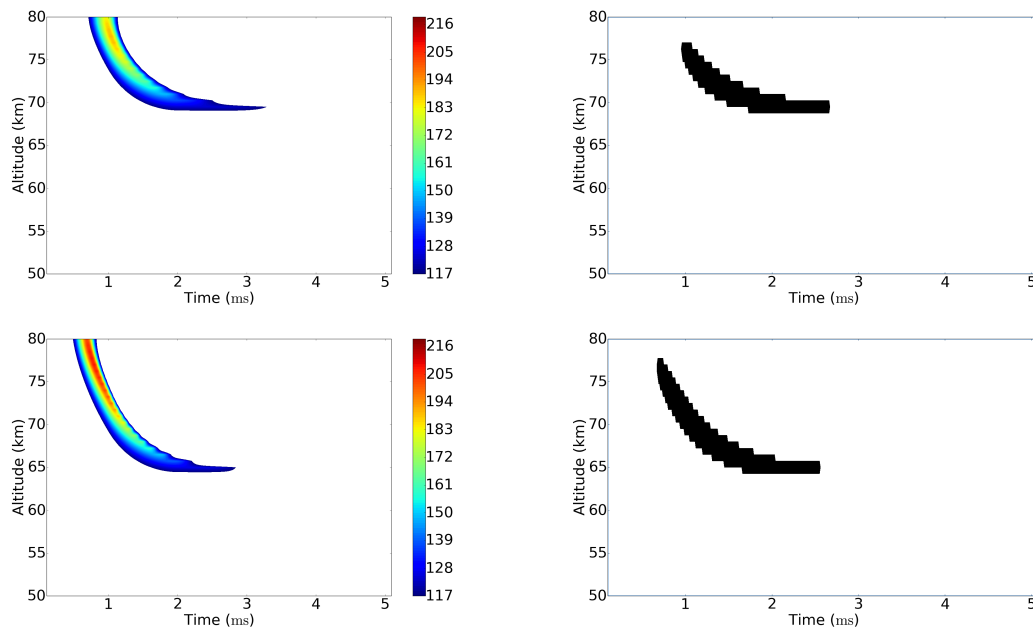


Abbildung 5.39: Streamerregion nach einer Entladung mit einem Strommoment von 500 kA km (oben) und 1000 kA km (unten) bei einer positiven Cloud-To-Ground Entladung. Die schwarzen Bereiche in den Bildern rechts sind die Regionen, in denen ein Streamer entstehen kann. Die farbigen Bereiche in den Bildern links sind Regionen, in denen die kritische reduzierte elektrische Feldstärke überschritten wird.

In Abbildung (5.39) sind die Ergebnisse der Ungleichungen (4.25)⁴ und (4.26)⁵ dargestellt. Die Berechnungen wurden mit den Parametern nach BOLSIG+ durchgeführt. Sind beide Ungleichungen erfüllt, ist der Plot schwarz, sonst weiß (siehe Abbildungen rechts). Bei gleichzeitiger Erfüllung beider Ungleichungen kann ein Streamer entstehen. Die Plots links zeigen dabei die Zeiten und Höhen, an denen die kritische reduzierte Feldstärke überschritten wird. Oben ist das Strommoment bei 500 kA km, unten bei 1000 kA km. Wie die Plots der Streamer zeigen, ist das Auftreten von der Stärke des auslösenden Blitzes abhängig. Beim Streamer oben ist die Zeit, in der sich ein Streamer bilden kann, auf ungefähr 1,3 ms begrenzt, während sie unten bei 1,5 ms liegt. Die mögliche Bildungsdauer der Streamer ist kürzer als die Zeitdauer, in der die kritische Feldstärke überschritten wird. Zusätzlich hat die reduzierte elektrische Feldstärke

$$^4 \epsilon_0 \frac{v_{amax}}{\sigma} > 1$$

$$^5 \frac{\sigma}{\epsilon_0(v_i - v_a)} \ln \left(4\pi\epsilon_0 r_s^2 \frac{E_{breakdown}}{e} \right) < 1$$

5 Ergebnisse

einen kleinen Einfluss auf die Höhe, in der ein Streamer gebildet werden kann. Je stärker das reduzierte elektrische Feld, desto höher kann der Streamer entstehen.

6 Zusammenfassung

Das für diese Arbeit entwickelte Modell wurde mit verschiedenen Reaktionsparametern betrieben. Im ersten Abschnitt wurde die Gültigkeit der numerischen Methode mit einem Vergleich zu einer analytischen Lösung bestätigt. Der zweite Teil beschäftigt sich mit einer Parameterstudie, welche für eine Abschätzung der Größenordnungen der einzelnen Reaktionen und ein erster Vergleich mit den Ergebnissen von Gordillo-Vázquez[7] genutzt wurde. Im dritten Teil wurden die Gleichungen der Elektronendichte und der reduzierten elektrischen Feldstärke gekoppelt. Damit wird auf die Fragen eingegangen, wann ein Sprite und wann ein Streamer entstehen kann. Dabei wird wieder der Vergleich mit einem Modell nach Luque und Gordillo-Vázquez[12] beziehungsweise Parra-Rojas et al.[16] gezogen.

Gültigkeit der numerischen Methode In diesem Modell wurde das *klassische Runge-Kutta-Verfahren (rk4)* implementiert und zur Lösung der auftretenden gewöhnlichen Differentialgleichungen verwendet. Zur Überprüfung dieser Methode wurde eine Differentialgleichung analytisch gelöst und an den entsprechenden Stützstellen die Lösung berechnet. Diese Ergebnisse wurden mit den Ergebnissen nach *rk4* verglichen. Wie erwartet zeigte sich, dass es für größere Zeitschritte größere Abweichungen von der Lösung gibt, die für $\Delta t = 10^{-6}$ s bei ungefähr 10% liegen. Eine Senkung der Schrittweite um den Faktor 10 verkleinert den Fehler ebenfalls um einen Faktor 10, führt aber zu einer um den Faktor 10 erhöhten Rechenzeit und Speicherbelegung. Trotz allem wurde als Schrittweite für das Box-Modell $\Delta t = 10^{-6}$ s gewählt, da dies einen guten Kompromiss aus Fehler, Rechenzeit und Speicherbelegung bot.

Spriteentfaltung Die Ratenkoeffizienten der verschiedenen Sätze wurden von 0 Td bis 500 Td dargestellt. Zusätzlich wurde für die Ratenkoeffizienten nach BOLSIG+ und Borisov et al./Sentman et al. der Ionisationskoeffizient auf Luft bezogen, wie es Pasko

et al. direkt macht. Dies erlaubt Aussagen darüber, bei welcher reduzierten elektrischen Feldstärke die Ionisation der Luft stärker als das Attachment an Sauerstoff ist, was die einzige Senke für Elektronen in diesem Modell ist. Sobald die Ionisation der Luft stärker als das Attachment ist, ist die Entstehung eines Sprites möglich. Die kritische Feldstärke liegt für die Ratenkoeffizienten nach BOLSIG+ bei 117Td, für die Koeffizienten nach Borisov et al. und Sentman et al. bei 93Td. Bei den Koeffizienten nach Pasko et al. ist die kritische reduzierte elektrische Feldstärke bei 138Td.

Synthetischer Puls Zum Vergleich des Modells mit bereits bestehenden Ergebnissen wurde ein synthetischer Puls simuliert. Dazu wird für eine Zeit von $5 \cdot 10^{-7}$ s eine reduzierte elektrische Feldstärke von 400Td in das Modell eingegeben. Danach sinkt die reduzierte elektrische Feldstärke abrupt auf 0Td. Dieses Setup simuliert grob die Bedingungen, die in der Spitze eines entwickelten Streamers anzutreffen sind und lässt Rückschlüsse auf die chemischen Vorgänge zu. Ergebnisse der Elektronendichten mit den Ratenkoeffizienten nach BOLSIG+ entsprechen von der Größenordnung denen von Gordillo-Vázquez. Es gibt einen Anstieg der Elektronendichte von $7 \cdot 10^7 \text{ m}^{-3}$ auf ungefähr $2 \cdot 10^{14} \text{ m}^{-3}$. Die berechneten Elektronendichten nach Borisov et al./Sentman et al. sowie Pasko et al. sind um einige Größenordnungen kleiner und liegen bei ungefähr 10^{11} m^{-3} .

Box-Modell Im letzten Teil wird das Box-Modell benutzt, mit dem höhenaufgelöst die reduzierte elektrische Feldstärke sowie die verschiedenen Teilchendichten berechnet werden. Dazu wurden verschiedene Strommomente simuliert, sowohl mit Stromschwanz (+CG) als auch ohne Stromschwanz (-CG). Für die Entfaltung eines Sprites sind, abhängig vom verwendeten Satz Ratenkoeffizienten, unterschiedliche Strommomente und damit Entladungsströme notwendig. Während mit den Ratenkoeffizienten nach Pasko et al. bereits bei einem Strommoment von 200 kA km (+CG) die kritische reduzierte elektrische Feldstärke überschritten wird und auch einen starken Anstieg der Elektronendichte aufweisen, was wahrscheinlich zur Bildung eines Sprites führen wird, sind bei den Ratenkoeffizienten nach BOLSIG+ Strommomente zwischen 200 kA km (+CG) und 300 kA km (+CG) notwendig, um diesen Effekt hervorzurufen. Für die Ratenkoeffizienten nach und Borisov et al./Sentman et al. ist die kritische reduzierte elektrische Feldstärke bereits bei 100Td überschritten. Aufgrund der kaum ansteigen-

6 Zusammenfassung

den Elektronendichte ist es unwahrscheinlich, dass bei dieser geringen Entladungstärke bereits ein Sprite entsteht. Daraus lässt sich schließen, dass ein Sprite nur bei einer positiven Cloud-to-Ground Entladung entstehen kann, da nur diese Entladungen das notwendige Strommoment erreichen. Zusätzlich konnte gezeigt werden, dass ein Streamer entstehen kann, sobald die für einen Sprite notwendige reduzierte elektrische Feldstärke überschritten wird. Dabei ist außerdem der Stromschwanz einer (+CG)-Entladung wichtig, da durch diesen die mögliche Bildungszeit eines Streamers verlängert wird.

7 Ausblick

Als Erweiterung kann das Modell in mehrere Dimensionen übertragen werden. Für die Herleitung der Gleichung

$$\varepsilon_0 \frac{d}{dt} E_z = -\sigma E_z + J_T \quad (7.1)$$

wurde planare Symmetrie vorausgesetzt, wodurch sich der Nabla-Operator der Poisson-Gleichung in eine Ableitung nach der Höhe vereinfacht.

Die chemischen Parameter, welche von Borisov und Pasko mittels Interpolationsformeln angegeben wurden, lassen sich nicht direkt auf Messungen, sondern auf numerische Berechnungen zurückverfolgen. BOLSIG+ liefert Parameter als Lösungen der Boltzmann-Gleichung. Somit basieren alle Berechnungen, welche in dieser Arbeit durchgeführt wurden, auf theoretischen Parametern. Im Rahmen einer experimentellen Arbeit könnten diese Parameter bestimmt werden, welche dann für Berechnungen in diesem Modell verwendet werden.

Das entwickelte Modell ist derzeit nur in der Lage zu bestimmen, ob die Voraussetzungen für die Bildung eines Streamers gegeben sind. Das Verhalten eines Streamers kann nicht beschrieben werden. Eine mögliche Verbesserung dieses Modells wäre es, dies zu implementieren.

8 Danksagung

Ich möchte allen danken, die mich bei der Anfertigung dieser Masterarbeit unterstützt haben.

Zuerst möchte ich Prof. Dr. Justus Notholt danken, dass ich meine Abschlussarbeit in seiner Arbeitsgruppe schreiben konnte, und er diese Arbeit begutachtet hat. Weiterhin danke ich meiner Zweitgutachterin PD Dr. Annette Ladstätter-Weißmayer ebenfalls für die Begutachtung dieser Arbeit.

Besonderer Dank gebührt Dr. Holger Winkler für die Beantwortung fachlicher Fragen, Rat beim Suchen von Fehlern im Quellcode sowie mehrfachen Korrekturlesens meiner Arbeit.

Danken möchte ich auch Henning Wrede für motivierende Ansprachen in der Endphase dieser Arbeit und das Beantworten von Formfragen zur Masterarbeit.

Meinen Eltern Ulrike & Joachim Richter danke ich für die vielfältige Unterstützung von Korrekturlesen bis zum Bereitstehen für fachliche Gespräche.

Zu guter Letzt danke ich meiner Freundin Carina Seifert dafür, dass sie mir immer zur Seite stand und immer bereit für eine Diskussion war.

9 Anhang

9.1 Interpolationsformeln

Thermisches Detachment von O^- [21]

$$k_{dO_2} = 10^{-20} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \quad (9.1)$$

Elektrisch angeregtes Detachment von O^- nach Luque und Gordillo-Vázquez [12]

$$k_{dO_2} = 1,16 \cdot 10^{-18} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \cdot \frac{(E/N)^2}{(43,5 \cdot 10^{-21} \text{ V m}^2)^2 + (E/N)^2} \quad (9.2)$$

Mit dem elektrischen Feld E in V m^{-1} und der Luftdichte N in m^{-3} .

Ionisation von O_2 nach Borisov et al. [2]

$$k_{iO_2} = 10^{-8,8 \cdot \frac{-281,0}{E/N} \cdot 10^{-21} - 6,0} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \quad (9.3)$$

Ionisation von N_2 nach Borisov et al. [2]

$$k_{iN_2} = 10^{-8,3 \cdot \frac{-365,0}{E/N} \cdot 10^{-21} - 6,0} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \quad (9.4)$$

Attachment von O_2 nach Borisov et al. [2]

$$k_{aO_2} = \begin{cases} 10^{-9,3 \cdot \frac{-123,0}{E/N} \cdot 10^{-21} - 6,0} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} & E/N \leq 80 \text{ Td} \\ 10^{-10,8 \cdot \frac{-57,0}{E/N} \cdot 10^{-21} - 6,0} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} & E/N > 80 \text{ Td} \end{cases} \quad (9.5)$$

Dissoziation von N₂ nach Sentman et al.[23]

$$k_{Diss_{N_2 \rightarrow N(2D)}} = \begin{cases} 10^{-22} \cdot (3,096 - 0,671 \cdot \frac{E/N \cdot 10^{21}}{10} + 0,03 \cdot (\frac{E/N \cdot 10^{21}}{10})^2 \\ + 1,59 \cdot 10^{-3} \cdot (\frac{E/N \cdot 10^{21}}{10})^3 - 1,57 \cdot 10^{-5} \cdot (\frac{E/N \cdot 10^{21}}{10})^4) \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} & E/N > 76 \text{ Td} \\ 0 & E/N \leq 76 \text{ Td} \end{cases} \quad (9.6)$$

$$k_{Diss_{N_2 \rightarrow N(4S)}} = 2 \cdot k_{Diss_{N_2 \rightarrow N(2D)}} \quad (9.7)$$

Dissoziation von O₂ nach Sentman et al.[23]

$$k_{Diss_{O_2 \rightarrow O(3P)}} = 10^{-7,9 - \frac{134,0}{E/N} \cdot 10^{-21} - 12} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \quad (9.8)$$

$$k_{Diss_{O_2 \rightarrow O(1D)}} = 10^{-8,0 - \frac{169,0}{E/N} \cdot 10^{-21} - 12} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \quad (9.9)$$

$$k_{Diss_{O_2 \rightarrow O(1S)}} = 10^{-8,8 - \frac{119,0}{E/N} \cdot 10^{-21} - 12} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \quad (9.10)$$

Dissoziative Ionisation von N₂ nach Sentman et al.[23]

$$k_{DIon_{N_2 \rightarrow N(2D)}} = 3,18 \cdot 10^{-26} \cdot \frac{T_e^2}{300} \cdot e^{-296266/T_e} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \quad (9.11)$$

Mit der Elektronentemperatur $T_e = 6,96 \cdot 10^{-17} \cdot \frac{E}{N \cdot 615}$.

Dissoziative Ionisation von O₂ nach Sentman et al.[23]

$$k_{DIon_{O_2 \rightarrow O(3P)}} = 3,18 \cdot 10^{-26} \cdot \frac{T_e^2}{300} \cdot e^{-206055/T_e} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \quad (9.12)$$

Mit der Elektronentemperatur $T_e = 6,96 \cdot 10^{-17} \cdot \frac{E}{N \cdot 615}$.

Ionisation nach Pasko et al.[17]

$$k_i = 7,6 \cdot 10^{-19} \cdot N \cdot x^2 \cdot f(x) \cdot e^{-4,7 \cdot \frac{1}{x-1}} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \quad (9.13)$$

$$f(x) = \frac{1 + 6,3e^{-\frac{2,6}{x}}}{1,5} \quad (9.14)$$

mit $x = \frac{E}{E_{breakdown}}$ und $E_{breakdown} = 3,2 \cdot 10^6 \frac{N}{N_0} \text{ V m}^{-1}$ und der Bodenluftdichte N_0 in m^{-3} und dem elektrischen Feld E in V m^{-1} .

Attachment nach Pasko et al.[17]

$$k_a = \frac{N}{N_0} \cdot \begin{cases} -2,41 \cdot 10^8 + 211,92x - 3,545 \cdot 10^{-5}x^2 & EN_0/N \geq 1,628 \cdot 10^6 \text{ V m}^{-1} \\ 10^{-1073,8+465,99 \cdot \log(x) - 66,867 \cdot \log^2(x) + 3,197 \cdot \log^3(x)} & EN_0/N < 1,628 \cdot 10^6 \text{ V m}^{-1} \end{cases} \quad (9.15)$$

mit $x = \frac{E}{E_{breakdown}}$ und $E_{breakdown} = 3,2 \cdot 10^6 \frac{N}{N_0} \text{ V m}^{-1}$ und der Bodenluftdichte $N_0 = 2,688 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$ und dem elektrischen Feld E in V m^{-1} . Weiterhin gilt $[k_a] = \text{m}^3 \text{ s}^{-1}$.

Mobilität nach Pasko et al.[17]

$$\mu_e = \frac{1}{N} \cdot \begin{cases} 10^{50,970+3,0260 \cdot x + 0,0084733 \cdot x^2} & EN_0/N \geq 1,62 \cdot 10^3 \text{ V m}^{-1} \\ 1,36 \cdot N_0 & EN_0/N < 1,62 \cdot 10^3 \text{ V m}^{-1} \end{cases} \quad (9.16)$$

mit $x = \log_{10}(E/N)$ und der Bodenluftdichte $N_0 = 2,688 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$ und dem elektrischen Feld E in V m^{-1} .

Streamerradius nach Pasko et al.[17]

$$r_s = \begin{cases} 5,8 \times 10^{-5} \cdot x - 3,12 & 5 \times 10^4 \leq x < 6 \times 10^4 \\ 2,2 \times 10^{-4} \cdot x - 12,4 & 6 \times 10^4 \leq x < 7 \times 10^4 \\ 1,2 \times 10^{-3} \cdot x - 81,0 & 7 \times 10^4 \leq x < 8 \times 10^4 \end{cases} \quad (9.17)$$

mit der Höhe x in Metern.

9.2 Berechnung der Luftdichte

Im Folgenden wird dargestellt, wie die Luftdichte bestimmt wurde[22]. Begonnen wird mit der *hydrostatischen Grundgleichung*

$$\frac{dp}{dh} = -\rho g(h) \quad (9.18)$$

9 Anhang

Dabei wird dann $\rho = \frac{p}{R_S T(h)}$ eingesetzt. Damit erhält man folgende Gleichung

$$\frac{d\rho}{dh} R_S T(h) = -\rho g(h) \quad (9.19)$$

Hier ist $R_S = 287,058 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}$ die spezifische Gaskonstante für trockene Luft. Integration liefert nun als Lösung für die Luftdichte

$$\log_e \frac{\rho(h_1)}{\rho(h_0)} = -\frac{1}{R_S} \int_{h_0}^{h_1} \frac{g(h)}{T(h)} dh \quad (9.20)$$

Zur Lösung des Integrals auf der linken Seite müssen für die Erdbeschleunigung und die Temperatur Ansätze gefunden werden. Für die Erdbeschleunigung wird das *Newtonsche Gravitationsgesetz* benutzt:

$$g(h) = \gamma \frac{M_e}{(r_e + h)^2} \quad (9.21)$$

Mittels Trapezintegration wird nun das Integral gelöst. Für die Luftdichte gilt dann

$$\rho(h) = \rho_0 \cdot e^{-\frac{1}{R_S} \int_{h_0}^h \frac{g(h')}{T(h')} dh'} \quad (9.22)$$

9.3 Auszüge des Modellcodes

Der gesamte Quellcode ist in einem Git-Repository zu finden, siehe <https://github.com/RichterIUP/Masterthesis>.

9.3.1 numerics.f90

```
1  real(dp) function rk4(initial, mult, inhomogen, stepsize)
2
3      real(dp), intent(in) :: initial
4      real(dp), intent(in) :: mult
5      real(dp), intent(in) :: inhomogen
6      real(dp), intent(in) :: stepsize
7
8      real(dp) :: k1, k2, k3, k4
9
10     k1 = stepsize * (mult * initial + inhomogen)
11     k2 = stepsize * (mult * (initial + k1/2.0) + inhomogen)
12     k3 = stepsize * (mult * (initial + k2/2.0) + inhomogen)
13     k4 = stepsize * (mult * (initial + k3) + inhomogen)
14
15     rk4 = initial + 1.0/6.0 * (k1 + 2*k2 + 2*k3 + k4)
16 end function rk4
```

Listing 9.1: Code des Runge-Kutta Verfahrens 4. Ordnung

9.3.2 parameters.f90

```

1  real(dp), parameter :: elementary_charge = 1.602176565e-19_dp !C
2  real(dp), parameter :: kB = 1.3806488e-23_dp !J/K
3  real(dp), parameter :: pi = 3.14159265359
4  real(dp), parameter :: epsilon0 = 8.854187817e-12_dp !As/Vm

```

Listing 9.2: Physikalische Konstanten

9.3.3 solveProblem.f90

```

1  if (typ == BOLSIG .or. typ == BORISOV) then
2      eMob(loop) = rateCoeffFile(mobility(1), state(loop)%reducedElectricField) / &
3          (state(loop)%nitrogen+state(loop)%oxygen) ! Müsste korrekt sein -> A * s^2 / kg
4  else if (typ == PASKO) then
5      eMob(loop) = electronMobility(state(loop)%reducedElectricField, airDens(state(loop)%altitude))
6  end if

```

Listing 9.3: Berechnung der Mobilität

```

1  aa2(loop) = -elementary_charge * state(loop)%electronDensity * eMob(loop) / epsilon0 !C * m^-3 * m^2/(V*s) * V*m/(A*s)
    -> Conductivity

```

Listing 9.4: Berechnung der Leitfähigkeit

```

1  if (time > currentTime+currentDur+1e-1_dp) then !Cont. curr. zeitlich eingrenzen
2      bb2(loop) = 0.0_dp
3  else
4      bb2(loop) = currentDensity(time, currentTime, currentDur, currentMin, &
5          currentMax, 60.0e3_dp, 80.0e3_dp, cloudAlt) / (epsilon0 * (state(loop)%nitrogen+state(loop)%oxygen)) !Ampere
        per square meter
6  end if

```

Listing 9.5: Berechnung der Stromdichte

```

1  if (typ == BOLSIG) then
2      state(loop)%nuIN2 = rateCoeffFile(rate(1), state(loop)%reducedElectricField) * state(loop)%nitrogen
3      state(loop)%nuIO2 = rateCoeffFile(rate(2), state(loop)%reducedElectricField) * state(loop)%oxygen
4      state(loop)%nuAO2 = rateCoeffFile(rate(3), state(loop)%reducedElectricField) * state(loop)%oxygen
5      state(loop)%nuDissN2_2D = rateCoeffFile(rate(4), state(loop)%reducedElectricField) * state(loop)%nitrogen
6      state(loop)%nuDissN2_2P = rateCoeffFile(rate(6), state(loop)%reducedElectricField) * state(loop)%nitrogen
7      state(loop)%nuDlonN2_2D = rateCoeffFile(rate(5), state(loop)%reducedElectricField) * state(loop)%nitrogen
8      state(loop)%nuDlonN2_4S = rateCoeffFile(rate(7), state(loop)%reducedElectricField) * state(loop)%nitrogen
9      state(loop)%nuDissO2_1D = rateCoeffFile(rate(9), state(loop)%reducedElectricField) * state(loop)%oxygen
10     state(loop)%nuDlonO2_1S = rateCoeffFile(rate(8), state(loop)%reducedElectricField) * state(loop)%oxygen
11     state(loop)%nuIAr = rateCoeffFile(rate(10), state(loop)%reducedElectricField) * state(loop)%argon
12  else if (typ == BORISOV) then
13     state(loop)%nuAO2 = interpolateBORISOVCoeff("ATTACHMENT", ATTACHMENT, "O2", O2, &
14         state(loop)%reducedElectricField*1d21) * state(loop)%oxygen
15     state(loop)%nuIO2 = interpolateBORISOVCoeff("IONIZATION", ATTACHMENT, "O2", O2, &

```

9 Anhang

```

16     state(loop)%reducedElectricField*1d21) * state(loop)%oxygen
17     state(loop)%nuIN2 = interpolateBORISOVCoeff("IONIZATION", ATTACHMENT, "N2", N2, &
18     state(loop)%reducedElectricField*1d21) * state(loop)%nitrogen
19     state(loop)%nuDissN2.4S = interpolateBORISOVCoeff("DISSOCIATION", DISSOCIATION, "N4S", len("N4S"), &
20     state(loop)%reducedElectricField*1d21) * state(loop)%nitrogen
21     state(loop)%nuDissN2.2D = interpolateBORISOVCoeff("DISSOCIATION", DISSOCIATION, "N2D", len("N2D"), &
22     state(loop)%reducedElectricField*1d21) * state(loop)%nitrogen
23     state(loop)%nuDissO2.3P = interpolateBORISOVCoeff("DISSOCIATION", DISSOCIATION, "O3P", len("O3P"), &
24     state(loop)%reducedElectricField*1d21) * state(loop)%oxygen
25     state(loop)%nuDissO2.1D = interpolateBORISOVCoeff("DISSOCIATION", DISSOCIATION, "O1D", len("O1D"), &
26     state(loop)%reducedElectricField*1d21) * state(loop)%oxygen
27     state(loop)%nuDissO2.1S = interpolateBORISOVCoeff("DISSOCIATION", DISSOCIATION, "O1S", len("O1S"), &
28     state(loop)%reducedElectricField*1d21) * state(loop)%oxygen
29     state(loop)%nuDlonN2.4S = interpolateBORISOVCoeff("DISSION", DISSION, "N4S", len("N4S"), &
30     state(loop)%reducedElectricField*1d21) * state(loop)%nitrogen
31     state(loop)%nuDlonO2.3P = interpolateBORISOVCoeff("DISSION", DISSION, "O3P", len("O3P"), &
32     state(loop)%reducedElectricField*1d21) * state(loop)%oxygen
33     else if (typ == PASKO) then
34         state(loop)%nuAO2 = interpolatePASKOCoeff("ATTACHMENT", ATTACHMENT, state(loop)%reducedElectricField &
35         , airDens(state(loop)%altitude)) * state(loop)%oxygen
36         state(loop)%nuIO2 = interpolatePASKOCoeff("IONIZATION", IONIZATION, state(loop)%reducedElectricField &
37         , airDens(state(loop)%altitude)) * state(loop)%oxygen
38         state(loop)%nuIN2 = interpolatePASKOCoeff("IONIZATION", IONIZATION, state(loop)%reducedElectricField &
39         , airDens(state(loop)%altitude)) * state(loop)%nitrogen
40     end if

```

Listing 9.6: Berechnung der Parameter

```

1  type(stateOfSimulation) function electronEQN(state)
2  type(stateOfSimulation), intent(in) :: state
3  real(dp) :: aa
4  !Rückgabewerte füllen
5  electronEQN = state
6
7  !Electron chemistry
8
9  aa = state%nuIN2 + state%nuIO2 - state%nuAO2+ state%nuDlonN2.2D + state%nuDlonN2.4S + state%nuDlonO2.1S + state%
10  nuDlonO2.3P
11  electronEQN%electronDensity = rk4(state%electronDensity, aa, 0.0_dp, state%stepSize)
12
13  aa = state%nuDO2
14  electronEQN%electronDensity = productODE(electronEQN%electronDensity, aa, state%stepSize)
15
16  aa = - (state%nuIN2 + state%nuDissN2.2D + state%nuDissN2.2P + state%nuDissN2.2D + &
17  state%nuDlonN2.2D + state%nuDlonN2.4S + state%nuDissN2.4S + state%nuDissN2.2D) * state%electronDensity / state%
18  nitrogen
19  electronEQN%nitrogen = rk4(state%nitrogen, aa, 0.0_dp, state%stepSize)
20
21  aa = -(state%nuIO2 + state%nuAO2 + state%nuDissO2.1D + state%nuDlonO2.1S + &
22  state%nuDissO2.3P + state%nuDissO2.1S + state%nuDlonO2.3P) * state%electronDensity / state%oxygen
23  electronEQN%oxygen = rk4(state%oxygen, aa, 0.0_dp, state%stepSize)
24
25  aa = state%nuIN2 * state%electronDensity
26  electronEQN%n2PLUS = productODE(state%n2PLUS, aa, state%stepSize)
27
28  aa = state%nuIO2 * state%electronDensity
29  electronEQN%o2PLUS = productODE(state%o2PLUS, aa, state%stepSize)
30
31  if (state%oMINUS .gt. 0.0_dp) then
32      aa = -state%nuDO2 / state%oMINUS
33      electronEQN%oMINUS = rk4(state%oMINUS, aa, 0.0_dp, state%stepSize)
34  end if
35
36  aa = state%nuAO2 * state%electronDensity
37  electronEQN%oMINUS = productODE(electronEQN%oMINUS, aa, state%stepSize)
38
39  aa = (state%nuDlonN2.2D + state%nuDlonN2.4S) * state%electronDensity
40  electronEQN%nPLUS = productODE(state%nPLUS, aa, state%stepSize)

```


9 Anhang

```
39
40 aa = state%nuDlonO2.1S * state%electronDensity
41 electronEQN%omegaPLUS = productODE(state%omegaPLUS, aa, state%stepSize)
42
43 aa = (state%nuDlonN2.2D + state%nuDissN2.2P + state%nuDissN2.2D) &
44 * state%electronDensity
45 electronEQN%omega2D = productODE(state%omega2D, aa, state%stepSize)
46
47 aa = state%nuDissN2.2P * state%electronDensity
48 electronEQN%omega2P = productODE(state%omega2P, aa, state%stepSize)
49
50 aa = (state%nuDlonN2.4S + state%nuDissN2.2D + state%nuDissN2.2P + &
51 state%nuDissN2.4S * state%omega4S) * state%electronDensity
52 electronEQN%omega4S = productODE(state%omega4S, aa, state%stepSize)
53
54 aa = (state%nuDlonO2.1S + state%nuDissO2.1S) * state%electronDensity
55 electronEQN%omega1S = productODE(state%omega1S, aa, state%stepSize)
56
57 aa = (state%nuDissO2.1D + state%nuDlonO2.3P * state%omega3P + state%nuDissO2.1S) &
58 * state%electronDensity
59 electronEQN%omega3P = productODE(state%omega3P, aa, state%stepSize)
60
61 aa = state%nuDissO2.1D * state%electronDensity
62 electronEQN%omega1D = productODE(state%omega1D, aa, state%stepSize)
63 end function electronEQN
```

Listing 9.7: Lösung der Differentialgleichungen

10 Literaturverzeichnis

- [1] *Wetter und Klima*, 1 ed. Dorling Kindersley, 2008.
- [2] BORISOV, N. D., KOZLOV, S. I., AND SMIRNOVA, N. V. Changes in the chemical composition of the middle atmosphere during multiple microwave pulse discharges in the air. *Cosmic research* 31 (1993), 177 – 186.
- [3] CHO, M., AND RYCROFT, M. J. Computer simulation of the electric field structure and optical emission from cloud-top to the ionosphere. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics* 60 (1998), 871 – 888.
- [4] DWYER, J. R., AND UMAN, M. A. The physics of lightning. *Physics Reports* 534 (2013), 147–241.
- [5] EARTH OBSERVATORY. <http://earthobservatory.nasa.gov/IOTD/view.php?id=86463>, Retrieved August 16th, 2016.
- [6] EBERT, U. Wenn der funke überspringt. *Physik Journal* 12 (2009), 39 – 44.
- [7] GORDILLO-VÁZQUEZ, F. J. Air plasma kinetics under the influence of sprites. *Journal of Physics D: Applied Physics* 41 (2008).
- [8] HAGELAAR, G. J. M., AND PITCHFORD, L. C. Solving the boltzmann equation to obtain electron transport coefficients and rate coefficients for fluid models. *Plasma Sources Science and Technology* 14 (2005), 722 – 733.
- [9] INAN, U. Lightning effects at high altitudes: sprites, elves, and terrestrial gamma ray flashes. *C. R. Physique* 3 (2002), 1411 – 1421.
- [10] LANDAU, R. H., PÁEZ, M. J., AND BORDEIANU, C. C. *Computational Physics*, 2 ed. Wiley-VCH, 2007.
- [11] LAWTON, S. A., AND PHELPS, A. V. Excitation of the $b^1\sigma_g^+$ state of O₂ by low energy electrons. *The Journal of Chemical Physics* 69 (1978), 1055 – 1068.

- [12] LUQUE, A., AND GORDILLO-VASQUEZ, F. J. Mesospheric electric breakdown and delayed sprite ignition caused by electron detachment. *Nature Geoscience* 5 (2011), 22 – 25.
- [13] NATIONALWEATHERSERVICE. <http://www.srh.noaa.gov/jetstream/lightning/positive.html>, Retrieved August 15th, 2016.
- [14] NOLTING, W. *Grundkurs Theoretische Physik 3*, 10 ed. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2013.
- [15] PAPITASHVILI, N. <http://ccmc.gsfc.nasa.gov/modelweb/models/nrlmsise00.php>, Retrieved August 3rd, 2016.
- [16] PARRA-ROJAS, F. C., LUQUE, A., AND GORDILLO-VÁZQUEZ, F. J. Chemical and electrical impact of lightning on the earth mesosphere: The case of sprite halos. *Journal of geophysical research: Space physics* 118 (2013), 5190 – 5214.
- [17] PASKO, V. P., INAN, U. S., BELL, T., AND TARANENKO, Y. N. Sprites produced by quasi-electrostatic heating and ionization in the lower ionosphere. *Journal of Geophysical Research* 102 (1997), 4529 – 4561.
- [18] PASKO, V. P., INAN, U. S., AND BELL, T. F. Spatial structure of sprites. *Geophysical research letters* 25 (1998), 2123 – 2126.
- [19] PHELPS, A. V. <http://www.lxcat.laplace.univ-tlse.fr>. Retrieved June 4th, 2013.
- [20] PHELPS, A. V., AND PITCHFORD, L. C. Anisotropic scattering of electrons by N₂ and its effect on electron transport. *Physical Review A* 31 (1985), 2932 – 2949.
- [21] RAYMENT, S. W., AND MORUZZI, J. L. Electron detachment studies between oxygen ions and nitrogen. *International Journal of Mass Spectrometry and Ion Physics* 26 (1978), 321 – 326.
- [22] ROEDEL, W., AND WAGNER, T. *Physik unserer Umwelt: Die Atmosphäre*, 4 ed. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2011.
- [23] SENTMAN, D. D., STENBAEK-NIELSEN, H. C., MCHARG, M. G., AND MORILL, J. S. Plasma chemistry of sprite streamers. *Journal of geophysical research* 113 (2008).
- [24] SIGLO. <http://www.lxcat.laplace.univ-tlse.fr>. Retrieved June 4th, 2013.

- [25] YAMABE, C., BUCKMANN, S. J., AND PHELPS, A. V. Measurement of free-free emission from low-energy-electron collisions with ar. *Physical Review* 27 (1983), 1345 – 1352.